This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

Digitized by Google

Mus 297.34

Harvard College Library

FROM

By Exchange

MUSIC LIBRARY

Digitized by Google

John B. Peare.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

. & Co.,
COPIERS.

Reihenlehre

oder

Begründung des musikalischen Rhythmus

aus der

allgemeinen Zahlenlehre,

mit Tabellen.

Von

Joseph Gersbach.

Aus dessen Nachlaß herausgegeben

von

Anton Gersbach.

Karlsruhe,
Druck und Verlag von Gottlieb Braun.

1834.

Digitized by Google

~~Mus 290.11~~

Mus 297.34

Harvard College Library
Apr. 8, 1918
By Exchange

Digitized by Google

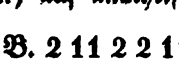
Vorwort des Herausgebers.

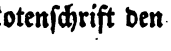
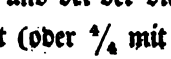
Der verstorbene Verfasser dieses mathematisch-musikalischen Tabellenwerkes hatte sich neben der Ausarbeitung einer elementarischen Harmonielehre, was ihm so zu sagen Hauptaufgabe seines Lebens geworden, auch vorgesetzt, eine auf Sätzen aus der allgemeinen Zahlenlehre beruhende Rhythmik (oder wissenschaftliche Begründung der musikalischen Rhythmen und der musikalischen Taktlehre) zu schreiben, und dieselbe als Anhang oder Beilage zur Tonlehre, wie er sein größeres Werk benennen wollte, herauszugeben. Ein früher Tod hatte ihn an der gänzlichen Ausarbeitung beider Werke verhindert, und ich fühle mich jetzt gedrungen, diese kleinere, ganz für sich als ein besonderes Ganzes dastehende Arbeit, die theils für mathematisch gebildete Musiker, theils auch für mit der Tonkunst einigermaßen befreundete Mathematiker gewiß Interesse haben wird, dem Druck zu übergeben, überzeugt, daß sie für jeden Musikzögling auch zum Selbstunterrichte dienlich sein wird, insofern er eine wissenschaftliche oder gründliche Einsicht in diesem Theile der Tonkunst anstrebt.

Vorerst muß ich bitten, der musikalische Leser möge sich nicht von dem vielen Zahlenwesen und der ganz mathematischen äußern Form abschrecken lassen, in welcher beinahe das Ganze erscheint. Jedem denkenden Musiker wenigstens wird so viel bald einleuchten, daß das Wesen des Rhythmus und des Taktes ganz auf der Lehre von der Zahl und Größe beruhe. Denn was ist Rhythmus und Takt im Allgemeinen in den Tonsätzen oder musikalischen Compositionen anders, als eine gleichmäßige Theilung eines größeren Ganzen in gleiche Haupttheile, die wieder in gleiche Theile zerfallen, deren jeder wieder aus noch kleineren gleichen Theilchen bestehend angenommen wird?

Wir wollen die Richtigkeit des synthetischen Verfahrens, musikalische Taktrhythmen (wie sie auf Tafel 25—30 zusammengestellt sind) aus den allgemeinen Sätzen der

Digitized by Google

Zahlenlehre herzuleiten, auf analytische Weise an einem Beispiele darzuthun suchen. Der Taktrhythmus z. B. 2 11 2 2 11 11 [] (siehe Tafel 28 und Notenanhang) nach der Zahl 12 im Dreimaaß (d. h. im Dreivierteltakt mit Sechszehntelnoten) ist entstanden aus einer Theilung dieser Hauptzahl „zwölf“ (welche als Maaß einer rhythmischen Tonreihe angenommen wird, und insofern als eine Taktgröße erscheint), nämlich in drei 4, d. h. als Gevielt (Produkt) ist 12 = 3 . (4), und zwar näher bestimmt durch die zweite oder Untereintheilung dieser einzelnen Vierer in zwei 2, d. h. 12 = 3 . (2 . 2), und zwar nur insofern, als wieder die einzelnen Zweier jeder in zwei Eins getheilt erscheinen können, woraus denn die Zusammenstellung oder Folgereihe 2 11 2 2 11 11 entstehen könnte, welche aber eine ganz andere dem musikalischen Ohre erscheinen wird, wenn dieselbe Hauptzahl „zwölf“ (als Taktmaaß), statt in drei 4 zertheilt, in zwei 6 zerfallend gedacht wird, deren jeder wieder in drei 2 zerlegt würde, wodurch das ganze 12 eigentlich in 2 mal 3 Zweier zerfiele; als Gevielt oder Produkt: 12 = 2 . (3 . 2) nach folgender Reihe: 2 11 2 2 11 11. — Eben so ist die Zahlenreihe 3 1 11 2 1111 nach der Theilung der Hauptzahl 12 in drei 4 oder 3 . (2 . 2) entstanden, würde aber ganz anders dem Ohre vorgetragen werden, wenn man sie aus der Theilung des Ganzen (12) in vier 3 oder 2 . (2 . 3), d. h. in zwei 6, deren jeder wieder in zwei 3 zerfiele, entstanden denken würde, nämlich so: 3 111 2 1 111.

Die erste oben angeführte Zusammenstellung oder Zahlenreihe gibt für die Notenschrift den sogenannten Dreivierteltakt [ ]. Die zweite Reihe gibt für die Notenschrift den Sechsachteltakt []. Die dritte Zahlenfolge müßte in der Notenschrift wieder im Dreitakte [ ] aufgezeichnet werden; und bei der vierten oder zuletzt angeführten Reihe käme der sogenannte Zwölfachteltakt (oder 12/8 mit Triolen?!) zum Vorschein: [].

Digitized by Google

Die Verschiedenheit des Vortrags rührt also bloß von der Art und Weise her, wie die angenommene Hauptzahl getheilt, nach welcher Versetzungsform ihrer Theile sie gemessen wird, d. h. mit anderen Worten, durch die Maaßweise einer Hauptzahl wird die Taktart bestimmt, nach welcher dieselbe in den einzelnen Zerlegungen oder Gliederungen erscheinen kann oder vorgetragen werden soll. Hier also bei den angeführten Beispielen kommt es darauf an, ob die Hauptzahl „zwölf" als ein Gevielf oder Produkt aus

2 . (2 . 3) oder
2 . (3 . 2) oder
3 . (2 . 2)

gedacht oder angenommen werde.

Solche Maaßweisen nun oder Zerlegungen für die Zahlen (durch Versetzung der einfachsten Theiler) aufzufinden, zeigt Tafel 21, 22, wie auch 23 und 24, worauf bezüglich sind §. 25—28. (Vgl. schon Tafel 15—19, §. 21—24.)

Also Gevielte oder Produkte müssen gebildet, und geometrische Theilungen der Zahlen ins Auge gefaßt werden.

Um nun alle mögliche Formen oder Zahlenreihen für irgend eine angenommene Maaßweise, oder mit anderen Worten, alle Taktrhythmen für jegliche Taktart zu erhalten, muß man auch die arithmetische Theilung einer Hauptzahl ins Auge fassen, um alle Auflösungen oder Zerlegungen derselben zu finden, bei denen allen aber jedesmal die zum Grunde gelegte geometrische Theilung nach einer angenommenen Versetzungsform der einfachen Theiler sichtbar sein muß, insofern sie als musikalische Taktrhythmen gültig oder brauchbar sein sollen.

Dieß nun gewinnt man nur, wenn man mit der Bildung von Variations-, Combinations- und Permutations-Formen vertraut ist, indem eine Aufstellung der Maaßreihen oder taktischen Rhythmen nichts Anderes ist, als „eine Zusammenstellung von Veränderungsformen mit gegebenen Gliedern oder Elementen zu bestimmten Summen in verschiedenen ein- oder mehrstelligen Klassen." (Siehe §. 17—20, Tafel 4—9, 10—12, vergl. ferner 13 u. 14.)

Da nun selbst die bloße Aufstellung unseres geordneten Zahlensystemes (des Ziffergebäudes mit seinem Fortbau ins Unendliche) solche Veränderungsformen be-

Digitized by Google

stimmter Elemente oder Glieder mit Wiederholungen darbietet, so durfte man füglich die Zusammenstellung der verschiedenen Zahlensysteme (bis zum gebräuchlichen Dezimal-Systeme) als Einleitung vorangehen lassen. (Siehe Tafel 1—3; vgl. §. 1—8.)

So weit, mit Aufstellung aller möglichen Taktrhythmen (oder Maaßreihen) für die gewöhnlich in der Musik üblichen Taktarten [$^2/_4$ und $^4/_4$, $^3/_4$ und $^3/_8$, $^6/_8$ und $^6/_4$, $^9/_8$ und $^{12}/_8$ Takt] wäre die Elementar-Rhythmik geschlossen, d. h. die Elemente der rhythmischen Gebäude entwickelt und aufgestellt. Sache der höheren Rhythmik ist es nun, diese Elemente zu größeren Reihen oder rhythmischen Perioden für kleinere oder größere Tonsätze (Compositionen) nach Gesetzen der Eurythmie zu verbinden. — Vielleicht hätte der Verfasser dieses Tabellenwerkes, bei seiner regen Thätigkeit für Wissenschaftliches im Kunstgebiete, auch eine solche höhere Rhythmik, die in naher Beziehung mit Metrik und Prosodie (z. B. für Vocal-Compositionen) stehen müßte, späterhin auszuarbeiten versucht. Ob es mir vielleicht gelingen werde, sein Nachfolger in diesem Sinne des Weiterbauens zu werden, muß ich dahingestellt sein lassen, und gewärtigen, was gereiftere Kenntnisse und günstige Mußezeit mir zur Verwirklichung dieses Wunsches gewähren mögen.

Für einmal hielt ich es nun für Pflicht, diese mathematische Begründung und Entwickelung der musikalischen Rhythmen unter dem von dem seligen Bruder selbst gewählten Namen „Reihenlehre“ öffentlich durch Druck bekannt zu machen.

Möge dieses Werklein Freunde finden, die jedenfalls seine Eigenthümlichkeit zu würdigen und zu schätzen wissen!

Karlsruhe, im September 1833.

Anton Gersbach,
Seminarlehrer.

Digitized by Google

Inhalt der Paragraphen.

I.

Zahlenlehre.

§. 1. Ziffern.
§. 2. Zifferbau.
§. 3. Ein-, Zwei-, Drei- u. s. w. Zifferbau.
§. 4. Klassen.
§. 5. Formen.
§. 6. Stellen.
§. 7. Ordnungen.
§. 8. Unterordnung.
§. 9. Veränderungsformen.
§. 10. Veränderungsglieder.
§. 11. Zeiger.
§. 12. Wiederholung. Veränderungsformen ohne Wiederholung.
§. 13. Verbindungsformen mit Wiederholung.
§. 14. Verbindungsformen ohne Wiederholung.
§. 15. Versetzungsformen ohne Wiederholung.
§. 16. Versetzungsformen mit Wiederholung.
§. 17. Veränderungsformen mit Wiederholung zu bestimmten Summen.
§. 18. Veränderungsformen ohne Wiederholung zu bestimmten Summen.
§. 19. Verbindungsformen mit Wiederholung zu bestimmten Summen.
§. 20. Verbindungsformen ohne Wiederholung zu bestimmten Summen.
§. 21. Gevielte, Theiler, Zerlegung der Zahlen.
§. 22. Einfache und mehrfache Zahlen.
§. 23. Verwandlung der Zahlen in Gevielte ihrer einfachen Theiler.
§. 24. Versetzungsformen der einfachen Theiler.

Digitized by Google

II.

Reihenlehre.

§. 25. Maaßweise.
§. 26. Hauptzahl.
§. 27. Maaßart (und Maaßzeiger) [Taktarten].
§. 28. Benennung der Maaßarten.
§. 29. Zusammenstellung der Zahlen nach Maaßarten und nach der Anzahl der Theilungen.
§. 30. Verdeutlichung der Maaßweisen fürs Gehör.
§. 31. Maaßreihe.
§. 32. Rückung.
§. 33. Reihenglied (Takt) [Glied].
§. 34. Schluß einer Reihe (Schlußtaktrhythmen).

Digitized by Google

I.

Sätze aus der Zahlenlehre,

zur

Begründung der Reihenlehre.

Tafel 1.

§. 1. Die Zeichen 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 heißen Ziffern. Man nennt sie Null, Eins, Zwei, Drei u. s. w.

§. 2. Zusammenstellungen der Ziffern, wie sie auf den Tafeln 1, 2 und 3 vorkommen, nennt man Ziffergebäude.

§. 3. Ein Ziffergebäude aus einerlei Ziffern (0) heißt Einzifferbau; aus zweierlei Ziffern (0, 1) Zweizifferbau; aus dreierlei Ziffern (0, 1, 2) Dreizifferbau u. s. f.

§. 4. Jedes Ziffergebäude besteht aus endlos vielen Klassen. In der ersten Klasse steht jede Ziffer für sich allein, wie auf Tafel 1. In der zweiten Klasse stehen je zwei Ziffern als zusammengehörig neben einander. In der dritten stehen drei, in der vierten vier neben einander u. s. f.

§. 5. Für sich bestehende oder als zusammengehörig neben einander gestellte Ziffern nennt man Formen.

§. 6. In den Formen unterscheidet man Stellen; 1, 2, 3 u. s. f. sind einstellige, 10, 11, 12 u. s. f. sind zweistellige, 100, 101, 102 u. s. f. sind dreistellige Formen.

Die Formen der ersten Klasse sind einstellig, der zweiten Klasse zweistellig, der dritten Klasse dreistellig u. s. f.

Digitized by Google

Man zählt die Stellen von der Rechten zur Linken. (In der Form 10 steht die Null an der ersten, die Ziffer 1 an der zweiten Stelle.)

Tafel 1 enthält die erste Klasse vom Ein-, Zwei-, Drei- u. s. w. bis Zehnzifferbau.

Tafel 2.

§. 7. Sie enthält die erste und zweite Klasse vom Ein-, Zwei-, Drei- u. s. f. bis Zehnzifferbau.

Diejenigen Formen einer Klasse, welche an der letzten Stelle (von der Rechten zur Linken) die nämliche Ziffer haben, bilden eine Ordnung.

Eine erste Klasse hat keine Ordnungen.

Die zweite Klasse vom Einzifferbau hat nur eine Form.

Die zweite Klasse vom Zweizifferbau hat eine Ordnung, und diese Ordnung enthält zwei Formen, 10 und 11.

Die zweite Klasse vom Dreizifferbau hat zwei Ordnungen und jede Ordnung drei Formen. Die Ordnung 10, 11, 12 heißt, nach der letzten Ziffer, Ordnung „Eins". Die Formen 20, 21, 22 bilden die Ordnung „Zwei".

Die zweite Klasse vom Vierzifferbau besteht aus Ordnung Eins, Ordnung Zwei und Ordnung Drei, und jede Ordnung aus vier Formen.

Die zweite Klasse vom Fünfzifferbau u. s. w.

Tafel 3.

§. 8. Sie enthält die erste, zweite und dritte Klasse vom Ein-, Zwei-, Drei-, Vier- und Fünfzifferbau.

Formen, welche an der letzten und vorletzten Stelle die nämliche Ziffer haben, bilden eine Unterordnung.

Die dritte Klasse vom Einzifferbau hat nur eine Form.

Die dritte Klasse vom Zweizifferbau hat nur eine Ordnung, die Ordnung hat zwei Unterordnungen, und jede Unterordnung hat zwei Formen. Die Formen 100 und 101 bilden die Unterordnung „Null", und die Formen 110 und 111 die Unterordnung „Eins".

Digitized by Google

Die dritte Klasse vom Dreizifferbau besteht aus zwei Ordnungen, jede Ordnung aus drei Unterordnungen, und jede Unterordnung aus drei Formen.

In der dritten Klasse vom Vierzifferbau kommen vor Ordnung „Eins“, „Zwei“ und „Drei“; in jeder Ordnung kommen vor die Unterordnungen „Null“, „Eins“, „Zwei“ und „Drei“, und jede Unterordnung hat vier Formen.

Aehnlich im Fünfzifferbau und in allen folgenden.

Tafel 4.

§. 9. Läßt man aus den Ziffergebäuden diejenigen Formen weg, in welchen Null vorkommt, so erhält man Veränderungsformen (Variationen). Sie werden durch den Buchstaben $\sqrt{}$ bezeichnet. Die Klassenzahl wird darüber gesetzt, z. B. $\sqrt[1]{}$ $\sqrt[2]{}$ $\sqrt[3]{}$ $\sqrt[4]{}$, d. h. Veränderungsformen erste Klasse, Veränderungsformen zweite Klasse u. s. f.

§. 10. Die Zeichen, aus welchen man die Veränderungsformen bildet, heißen Veränderungsglieder.

§. 11. Die Folge der Glieder wird angegeben durch den Zeiger, z. B. (12), d. h. Glieder 1 und 2; (1, 2, 3), d. h. Glieder 1, 2 und 3 u. s. f.; (1...4), d. h. Glieder 1 bis 4, d. i. 1, 2, 3 und 4; (1...), d. h. Glieder von 1 an, d. i. 1, 2, 3, 4, 5 u. s. f.; (0...), d. h. Glieder von 0 an, d. i. 0, 1, 2, 3 u. s. f.

Tafel 4 enthält

I $\sqrt[1]{}$ [12]	IV $\sqrt[4]{}$ [12]	VII $\sqrt[3]{}$ [12 3]	X $\sqrt[3]{}$ [1...4]
II $\sqrt[2]{}$ [12]	V $\sqrt[1]{}$ [12 3]	VIII $\sqrt[1]{}$ [1...4]	XI $\sqrt[1]{}$ [1...5]
III $\sqrt[3]{}$ [12]	VI $\sqrt[2]{}$ [12 3]	IX $\sqrt[2]{}$ [1...4]	XII $\sqrt[2]{}$ [1....5]

Digitized by Google

Tafel 5.

§. 12. Formen, welche ein und dasselbe Glied zwei- und mehrmal enthalten dürfen, heißen Formen mit Wiederholungen. Tafel 4 enthält Veränderungsformen mit Wiederholungen, Tafel 5 Veränderungsformen ohne Wiederholung. Der Buchstabe V mit einem Strich, nämlich V', bezeichne von nun an Veränderungsformen mit Wiederholungen; dagegen V ohne Strich Veränderungsformen ohne Wiederholungen. Bei diesen erhält man nur so viele Klassen, als Glieder gegeben sind; bei jenen endlos viele.

Nimmt man von Veränderungsformen mit Wiederholungen diejenigen hinweg, in welchen ein und dasselbe Glied zwei- oder mehrmal enthalten ist, so bleiben die Veränderungsformen ohne Wiederholung übrig.

Die Tafel 5 enthält:

I $V_{[12]}$, d. h. Veränderungsformen ohne Wiederholung, alle Klassen; die Glieder sind 1 und 2.

II $V_{[12\,3]}$, d. h. Veränderungsformen ohne Wiederholung, alle Klassen; Glieder 1, 2, 3.

III $V_{[1\ldots4]}$, d. h. Veränderungsformen ohne Wiederholung, alle Klassen; Glieder 1, 2, 3, 4.

IV $^{1}V_{[1\ldots5]}$, d. h. Veränderungsformen ohne Wiederholung, erste Klasse; die Glieder sind 1, 2, 3, 4 und 5.

V $^{2}V_{[1\ldots5]}$, d. h. Veränderungsformen ohne Wiederholung, zweite Klasse; Glieder 1, 2, 3, 4, 5.

VI $^{1}V_{[1\ldots6]}$ und $^{2}V_{[1\ldots6]}$, d. h. Veränderungsformen ohne Wiederholung, erste Klasse; die Glieder sind 1, 2, 3, 4, 5, 6; und Veränderungsformen ohne Wiederholungen, zweite Klasse; die Glieder sind 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Digitized by Google

Tafel 6.

§. 13. Wenn man von Veränderungsformen alle späteren hinwegläßt, welche genau aus denselben Gliedern bestehen, wie vorhergehende, so erhält man Verbindungsformen (Combinationen). Tafel 6 enthält Verbindungsformen mit Wiederholungen (man bezeichnet sie mit C'), und zwar:

I $\overset{1}{C}'[12]$ II $\overset{2}{C}'[12]$ III $\overset{3}{C}'[12]$ IV $\overset{4}{C}'[12]$ V $\overset{5}{C}'[12]$ VI $\overset{1}{C}'[123]$

VII $\overset{2}{C}'[123]$ VIII $\overset{3}{C}'[123]$ IX $\overset{4}{C}'[123]$ X $\overset{1}{C}'[1\ldots4]$ XI $\overset{2}{C}'[1\ldots4]$ XII $\overset{3}{C}'[1\ldots4]$

Tafel 7.

§. 14. Enthält Verbindungsformen ohne Wiederholung (man bezeichnet sie mit C ohne Strich), und zwar:

I $C[1]$ II $C[12]$ III $C[123]$ IV $C[1\ldots4]$ V $C[1\ldots5]$ VI $C[1\ldots6]$.

Hier gibt es nur so viele Klassen, als Glieder gegeben sind.

Tafel 8.

§. 15. Läßt man von Veränderungsformen diejenigen weg, welche

1) nicht alle gegebenen Glieder, und

2) ein und dasselbe Glied mehrmal enthalten, als es im Zeiger vorkommt,

so erhält man Versetzungsformen (Permutationen).

Man bezeichnet sie mit dem Buchstaben P.

Hier gibt es immer nur Eine, and zwar die so vielte Klasse, als Glieder im Zeiger vorkommen; demnach bezeichnen die Ausdrücke $P[12]$, $P[123]$, $P[1\ldots4]$ u. s. w. dasselbe, was $\overset{2}{P}[12]$, $\overset{3}{P}[123]$, $\overset{4}{P}[1\ldots4]$ u. s. w.

Tafel 8 enthält: I $P[12]$, II $P[123]$, III $P[1\ldots4]$ und IV $P[1\ldots5]$, d. h. Versetzungsformen ohne Wiederholungen, zwei, drei, vier und fünf Glieder.

Digitized by Google

Tafel 9.

§. 16. Da in Versetzungsformen jedes Glied nur so oft vorkommen darf, als im Zeiger angegeben ist, so bezeichnen die Ausdrücke: $\overset{3}{P}'[112]$, $\overset{4}{P}'[1112]$, $\overset{4}{P}'[1122]$, $\overset{5}{P}'[11234]$ u. a. d. dasselbe, was $P[112]$, $P[1112]$, $P[1122]$, $P[11234]$.

Man pflegt die Wiederholung eines Gliedes auch durch eine höher gestellte Ziffer anzudeuten, z. B. $[1^2 2]$, $[1^3 2]$, $1^2 2^2]$, $[1^3 2^4]$ u. d., statt [112], [1112], [1122], [1112222].

Tafel 9 enthält Versetzungsformen mit Wiederholungen, und zwar: I $P[11^2]$, II $P[1^3 2]$, III $P[1122]$, IV $P[1123]$, V $P[1^4 2]$, VI $[1^3 22]$, VII $P[1^3 23]$, VIII $P[11223]$, IX $P[11234]$.

Tafel 10.

Anmerkung 1. Das Zeichen + bedeutet „und“. Ausdrücke, wie: 1+1, 2+1, 3+1+2 u. dgl., heißen Summen.

§. 17. Diese Tafel enthält Veränderungsformen mit Wiederholungen zu bestimmten Summen, d. i. solche Formen, deren Glieder zusammengezählt immer eine und dieselbe Summe geben.

Anmerkung 2. Der Kürze wegen ist das Summenzeichen (+) zwischen den Gliedern weggelassen worden.

Man pflegt die bestimmte Summe links oben anzudeuten, z. B. $\overset{2}{V}$, $\overset{3}{V}$, $\overset{4}{V}$ u. s. w., d. h. Veränderungsformen zur Summe 2, zur Summe 3, zur Summe 4.

Auf dieser Tafel kommen vor: I $\overset{2}{V}'[1\ldots]$, II $\overset{3}{V}'[1\ldots]$, III $\overset{4}{V}'[1\ldots]$, IV $\overset{5}{V}'[1\ldots]$, V $\overset{6}{V}'[1\ldots]$, VI $\overset{7}{V}'[1\ldots]$.

Tafel 11.

Sie enthält $\overset{8}{V}'[1\ldots]$, d. i. Veränderungsformen zur Summe 8 mit Wiederholungen, alle Klassen, Glieder von 1 an.

Digitized by Google

Tafel 12.

Sie enthält: I $\sqrt[9]{}^{1}{}'[1\ldots]$, II $\sqrt[9]{}^{2}{}'[1\ldots]$, III $\sqrt[9]{}^{3}{}'[1\ldots]$, IV $\sqrt[9]{}^{4}{}'[1\ldots]$, V $\sqrt[9]{}^{5}{}'[1\ldots]$, VI $\sqrt[9]{}^{6}{}'[1\ldots]$, VII $\sqrt[9]{}^{7}{}'[1\ldots]$, VIII $\sqrt[9]{}^{8}{}'[1\ldots]$, IX $\sqrt[9]{}^{9}{}'[1\ldots]$, d. i. Veränderungsformen zur Summe 9, mit Wiederholungen, von der ersten bis zur letzten Klasse, Glieder von 1 an.

Tafel 13.

§. 18. Sie enthält Veränderungsformen zu bestimmten Summen, ohne Wiederholung, und zwar:

I $\sqrt[2]{}[1\ldots]$, II $\sqrt[3]{}[1\ldots]$, III $\sqrt[4]{}[1\ldots]$, IV $\sqrt[5]{}[1\ldots]$, V $\sqrt[6]{}[1\ldots]$, VI $\sqrt[7]{}[1\ldots]$, VII $\sqrt[8]{}[1\ldots]$, VIII $\sqrt[9]{}[1\ldots]$.

Tafel 14.

§. 19. Sie enthält Verbindungsformen zu bestimmten Summen mit Wiederholungen: I ${}^{2}C'[1\ldots]$, II ${}^{3}C'[1\ldots]$, III ${}^{4}C'[1\ldots]$, IV ${}^{5}C'[1\ldots]$, V ${}^{6}C'[1\ldots]$, VI ${}^{7}C'[1\ldots]$, VII ${}^{8}C'[1\ldots]$, VIII ${}^{9}C'[1\ldots]$, und:

§. 20. Verbindungsformen zu bestimmten Summen ohne Wiederholungen: IX ${}^{2}C[1\ldots]$, X ${}^{3}C[1\ldots]$, XI ${}^{4}C[1\ldots]$, XII ${}^{5}C[1\ldots]$, XIII ${}^{6}C[1\ldots]$, XIV ${}^{7}C[1\ldots]$, XV ${}^{8}C[1\ldots]$, XVI ${}^{9}C[1\ldots]$.

Tafel 15.

§. 21. Die Begriffe „gleich“ und „mal“ werden durch = und . bezeichnet. Demnach bedeutet

1 = 1: Eins ist gleich Eins,
2 . 1: Zweimal Eins, oder
2 = 2 . 1: Zwei ist gleich zweimal Eins.

Digitized by Google

Ausdrücke, wie 2 . 1, 3 . 1, 2 . 2 u. s. w. heißen Gevielte (Producte). Gevielte sind abgekürzte Ausdrücke für Summen, z. B.

2 . 3 steht für 2 + 2 + 2,

3 . 2 steht für 3 + 3.

Ein Gevielt bezeichnet, vor- und rückwärts gelesen, dieselbe Zahl:

2 . 3 = 3 . 2 = 3 + 3 = 2 + 2 + 2 = 6.

Aus Gevielten, die einer Zahl gleichgesetzt sind, läßt sich erkennen, auf welche Art die Zahl in gleiche Theile zerlegt werden kann; z. B. 6 = 2 . 3 = 6 . 1 zeigt an: Sechs ist gleich zweimal drei (oder dreimal zwei) und sechsmal Eins, d. h. die Zahl Sechs läßt sich in zwei, in drei und in sechs gleiche Theile zerlegen, oder die Theiler der Zahl 6 sind 2, 3 und 6.

§. 22. Eine Zahl heißt einfach, wenn sie nur einen Theiler, zweifach, wenn sie zwei, dreifach, wenn sie drei Theiler hat, u. s. w.

(Etwas in Einen Theil theilen, widerspricht sich; also ist Eins (1) kein Theiler.)

Tafel 15 enthält für die Zahlen 2 bis 54 alle möglichen Gevielte; demnach für jegliche Zahl alle möglichen Theiler.

Für die Zahl.	Theiler.	Für die Zahl.	Theiler.
2	2	8	2, 4, 8
3	3	9	3, 9
4	2, 4	10	2, 5, 10
5	5	11	11
6	2, 3, 6	12	2, 3, 4, 6, 12
7	7	u. s. w.	

Tafel 16

enthält die Gevielte für die Zahlen 55 bis 100.

Digitized by Google

Tafel 17.

Hier sind die einfachen, zweifachen, dreifachen u. s. w. Zahlen von 1 bis 100 zusammengestellt.

Die Zahl 2 hat einen einfachen Theiler.

Die Zahl 3 hat einen einfachen Theiler.

Die Zahl 4 hat zwei Theiler, einen einfachen (2) und einen zweifachen (4).

Die Zahl 5 hat einen einfachen Theiler.

Die Zahl 6 hat drei Theiler, zwei einfache (2 u. 3) und einen dreifachen (6) u. s. w., wie Tafel 15 und 16 lehren.

Tafel 18.

§. 23. Auf Tafel 18 ist jede einfache Zahl von 1 bis 100 sich selbst, und jede mehrfache einem Gevielte ihrer einfachen Theiler gleichgesetzt.

Das Gevielt $2 . 2 . 2$ ist ein zweifaches; lies: zweimal, zweimal zwei; schließt man die beiden letzten Zahlen in Klammern: $2 . (2 . 2)$, so erhält man $2 . 4$; oder die beiden ersten: $(2 . 2) . 2$, gibt $4 . 2$ oder 8.

Eben so: $2 . 2 . 3$ gibt $2 . (2 . 3) = 2 . 6 = 12$,

oder $(2 . 2) . 3 = 4 . 3 = 12$.

Das Gevielt $2 . 2 . 2 . 2$ ist ein Dreifaches,

gibt $2 . [2 . (2 . 2)] = 2 . (2 . 4) = 2 . 8 = 16$,

oder $[(2 . 2) . 2] . 2 = (4 . 2) . 2 = 8 . 2 = 16$.

Eben so $2 . 2 . 2 . 3$ gibt $2 . [2 . (2 . 3)] = 2 . (2 . 6) = 2 . 12 = 24$,

oder $[(2 . 2) . 2] . 3 = (4 . 2) . 3 = 8 . 3 = 24$ u. s. w.

Tafel 19.

§. 24. Sie enthält die Versetzungsformen der einfachen Theiler von den Zahlen 2 bis 54. Die Glieder der Versetzungsformen sind unter, nicht neben einander gestellt, z. B. die einfachen Theiler der Zahl 30 sind 2, 3, 5, und geben sechs Versetzungsformen.

Digitized by Google

Die Glieder neben einander:	Die Glieder unter einander:
2 3 5	2 2 3 3 5 5
2 5 3	3 5 2 5 2 3
3 2 5	5 3 5 2 3 2
3 5 2	
5 2 3	
5 3 2	

Anmerkung. Z. B. 30 = 2 . 15, d. h. 2 . (3 . 5) — oder 2 . (5 . 3).
= 3 . 10, d. h. 3 . (2 . 5) — oder 3 . (5 . 2).
= 5 . 6, d. h. 5 . (2 . 3) — oder 5 . (3 . 2).

Tafel 20

enthält die Versetzungsformen der einfachen Theiler von den Zahlen 56 bis 100, mit Ausnahme derjenigen, welche einen größern einfachen Theiler haben, als 7, wie auf der vorigen Tafel.

Digitized by Google

II.

Eigentliche Reihenlehre,

oder:

Entwickelung musikalischer Rhythmen.

Tafel 21.

§. 25. Die Zergliederung einer Zahl nach einer Versetzungsform ihrer einfachen Theiler heißt Maaßweise.

Tafel 21 enthält die Maaßweisen derjenigen Zahlen von 2 bis 20, welche keinen größeren einfachen Theiler haben, als 7.

§. 26. Die Zahl, von welcher eine Maaßweise gebildet wird, heißt Hauptzahl.

Um nach einer Versetzungsform der einfachen Theiler die Maaßweise einer Zahl zu bilden, z. B. die Maaßweise der Zahl 12 nach $\frac{2}{3}$, theilt man erstlich die Hauptzahl in zwei gleiche Theile: $\frac{12}{6\ 6}$; sodann jeden dieser Theile in drei: $\frac{12}{6\quad 6}$ $\frac{}{2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2}$, und endlich jeden Theil dieser zweiten Theilung wieder in zwei gleiche Theile:

$$\frac{12}{\begin{matrix}6 & & 6\\ 2\ 2\ 2 & & 2\ 2\ 2\\ 11\ 11\ 11 & & 11\ 11\ 11\end{matrix}}$$

Jede Zahl hat so viele Maaßweisen, als ihre einfachen Theiler Versetzungsformen.

Digitized by Google

Jede Maaßweise hat so viele Theilungen, als die Versetzungsform ihrer einfachen Theiler Glieder enthält. — Hiebei unterscheide man „wie viele“ von „wie vielerlei“. Die Form 2 2 3 z. B. enthält drei Glieder, jedoch nur zweierlei.

Tafel 22.

enthält die Maaßweisen der Zahlen 21 bis 32, mit Ausnahme derjenigen, welche einen größern einfachen Theiler als 7 haben.

Tafel 23.

§. 27. Maaßweisen, welche sich nur darin von einander unterscheiden, daß fernere Theilungen durch 2 hinzugekommen, bilden eine Maaßart (Taktart).

Demnach gehören die Maaßweisen der Hauptzahlen 2, 4, 8, 16 u. s. f. zu Einer und derselben Maaßart.

Eben so bilden die Maaßweise der Zahl 3, die zweite Maaßweise der Zahl 6, die dritte der Zahl 12, die vierte der Zahl 24 u. s. f. eine besondere Maaßart.

Man stellt die Theiler, durch welche eine Maaßart bestimmt wird, als Maaßzeiger unter einander.

Der Zeiger 2 2 . . . bedeutet die Formen 2| 2| 2| 2| u. s. f.
2| 2| 2|
2| 2|
2|

Der Zeiger 3 2 . . . bedeutet die Formen 3| 3| 3| 3| u. s. f.
2| 2| 2|
2| 2|
2|

Der Zeiger 2 3 2 . . . bedeutet die Formen 2| 2| 2| 2| u. s. f.
3| 3| 3|
2| 2|
2|

Digitized by Google

§. 28. Es gibt unendlich viele Maaßarten *). Man benennt eine jede nach der Zahl, welche dem Gevielt aus den Zahlen ihres Zeigers, ohne die letzte, gleich ist. So bedeutet der Zeiger 2 3 2 . . . . das Sechsmaaß, denn $2 . 3 = 6$;

der Zeiger 3 3 2 . . . . das Neunmaaß, denn $3 . 3 = 9$;

Anmerkungen des Herausgebers.

*) D. h. Man kann sich die unendlich vielen Zahlen alle nach allen Versetzungsformen ihrer einfachen Theiler zerlegt denken. Von diesen unendlich vielen Maaßweisen, oder also vielmehr Maaßarten (Taktarten) sind jedoch nur wenige bisher in der Musik üblich geworden, nämlich die Taktarten $^2/_4$ und $^4/_4$ (Zweimaaß), $^3/_2$, $^3/_4$ und $^3/_8$ (Dreimaaß), $^6/_4$ und $^6/_8$ (Sechsmaaß), $^9/_8$ (Neunmaaß) und $^{12}/_8$ (Zwölfmaaß).

Die Verschiedenheit des Nenners in der üblichen Bruch-Taktvorzeichnung deutet auf keinen wesentlichen Unterschied der Taktart, sondern ist eigentlich nur auf die Notenschrift bezüglich, indem sie die Notengattung bestimmt, welche für die Hauptzeiten des Taktgliedes (oder für die Theilungen der Hauptzahl) gebraucht werden soll.

Z. B. $^3/_4$, $^3/_8$ und $^3/_2$ gehören zu einer und derselben ungeraden einfachen Taktart, zum Dreimaaß; $^6/_8$ und $^6/_4$ sind beide zur sogenannten gemischten Taktart, zum Sechsmaaß, gehörig. Statt $^9/_8$ und $^{12}/_8$ kommen bisweilen $^9/_{16}$ und $^{12}/_{16}$ vor, welche Verschiedenheit aber wiederum nicht auf veränderte Gliederung des Taktes, sondern nur auf die Notenschrift Bezug hat. Ferner sind $^2/_4$ und $^4/_4$ eigentlich ganz dieselbe Taktart, denn man kann auch im $^4/_4$ Takt vier Zeiten unterscheiden, indem man die vier Achtel nachzählt. Statt $^4/_4$ ist bisweilen bei schnellerem Vortrage $^2/_2$ (oder Allabreve-Takt?) üblich.

Einzelne ältere und neuere Tonsetzer haben auch schon versucht, Taktarten nach den ungeraden Hauptzahlen 5, 7, 11, 15 einzuführen; allein solche Tonstücke sind bloße Musterkärtchen geblieben, und haben im Allgemeinen wenig Beifall und noch weniger Nachahmung gefunden.

Nach meinem Gefühle haben diese fremden Taktarten nichts unbedingt Verwerfliches an sich; ja vielmehr möchten solche ungerade Theilungen für manches charakteristische Tanzstück, oder — was noch wichtiger ist — für manche Liederdichtung, wo der Dichter es auch nicht immer so genau und streng mit geraden und symmetrischen Theilungen in seinem Versbau nimmt, sehr brauchbar und einführenswerth sein.

Digitized by Google

der Zeiger 2 2 3 2 . . . das Zwölfmaaß, denn 2 . 2 . 3 = 12.

Die Maaßart des Zeigers 2 3 3 2 . . . heißt Achtzehnmaaß, weil 2 . 3 . 3 = 18 u. dgl. m.

Tafel 23 enthält die Zeiger für alle Maaßarten vom Zweimaaße bis zum Fünfzigmaaße. Die Maaßzahl, d. h. die Zahl, nach welcher die Maaßart jedes Zeigers benannt wird, steht über demselben.

Oft haben mehrere Maaßarten eine und dieselbe Maaßzahl. So sind auf der Tafel 23 zweierlei: Fünfzehn-, Achtzehn-, Einundzwanzig-, Dreiunddreißig-, Fünfunddreißig-, Neununddreißig- und Fünfzig-; ferner dreierlei: Sechsunddreißig- und Fünfundvierzig-, und viererlei: Dreißig- und Zweiundvierzig-Maaße.

Man unterscheidet sie der Ordnung nach durch: erstes, zweites, drittes, z. B. Sechsunddreißig-Maaß.

Tafel 24.

§. 29. Auf dieser Tafel sind die Zahlen nach den Maaßarten vom Zwei- bis Zwanzig-Maaße und nach der Anzahl der Theilungen von 1 bis 10 neben und unter einander gestellt.

Z. B. die Zahlen 2, 4, 8, 16, 32 u. s. w. haben das Zweimaaß, und zwar: 2 mit einer, 4 mit zwei, 8 mit drei, 16 mit vier, 32 mit fünf Theilungen u. s. w. (Siehe Tafel 21 und 22.)

Die Zahlen 3, 6, 12, 24, 48 u. s. w. haben das Dreimaaß, und zwar 3 mit einer, 6 mit zwei, 12 mit drei, 24 mit vier, 48 mit fünf Theilungen u. s. w.

Digitized by Google

Tafel 25.

§. 30. **Maaßweisen** werden dem Gehör deutlich gemacht durch stärkeren **Vortrag** derjenigen Zahlen, welche einer anderen zuerst **unmittelbar untergeordnet** sind.

Bezeichnen die Buchstaben a, b, c, d, e, ... abnehmende Grade von Stärke, so daß a am stärksten, b schwächer als a, aber stärker als c, c schwächer als b, aber stärker als d u. s. w. bedeutet, und setzt man unter jede Zahl einer Maaßweise das ihr zukommende **Gewicht**, so erhält man zum Beispiel:

```
2     3       4          5             6            6
a     a       a          a             a            a
1 1   1 1 1   2   2      1 1 1 1 1     3    3       2   2   2
a b   a b b   a   b      a b b b b     a    b       a   b   b
              1 1 1 1   (a e c b c)    1 1 1 1 1 1  1 1 1 1 1 1
              a c b c                  a c c b c c  a c b c b c
              8                 9
              a                 a
              4     4           3   3   3
              a     b           a   b   b
              2  2  2  2        1 1 1 1 1 1 1 1 1
              a  e  b  c        a c c b c c b c c
              1 1 1 1 1 1 1 1
              a d e d b d c d
```

d. h. in der Maaßweise der Zahl 2 ist die Hauptzahl stark, das erste 1 eben so stark, das zweite schwach.

In der Maaßweise der Zahl 3 ist die Hauptzahl stark, das erste 1 eben so, die beiden anderen schwach.

In der Maaßweise der Zahl 4 ist die Hauptzahl stark, das erste 2 eben so, das zweite schwach, das erste 1 stark, das dritte schwächer als das erste, aber stärker als das zweite und vierte u. s. w.

§. 31. **Eine Folge von Zahlen, in welcher eine bestimmte Maaßweise zu erkennen ist, heißt eine Maaßreihe.**

§. 32. Die Zahl einer Maaßreihe, welche aus der Vereinigung einer schwächeren mit einer folgenden stärkeren, oder auch aus der Vereinigung von zwei gleich schwachen entstanden ist, heißt eine **Rückung** [Zusammenrückung] (Syncope).

Digitized by Google

Z. B. in der Reihe 1 2 1 ist die Zahl 2 eine Rückung, denn sie ist aus der Vereinigung des zweiten und dritten 1 der Maaßweise $\begin{matrix}4\\2\quad 2\\1\,1\,1\,1\end{matrix}$, also aus der Vereinigung eines schwachen und des darauf folgenden stärkern 1 entstanden.

Eben so sind in der Reihe 1 2 1 2 die beiden 2 Rückungen, wenn die Reihe nach der Maaßweise $\begin{matrix}6\\3\\1\,1\,1\,1\,1\,1\end{matrix}$ gebildet ist, weil in ihnen zwei gleich schwache 1 vereinigt sind.

Ist aber die Reihe 1 2 1 2 nach der Maaßweise $\begin{matrix}6\\2\quad 2\quad 2\\1\,1\,1\,1\,1\,1\end{matrix}$ gebildet, so ist nur das erste 2 eine Rückung.

§. 33. Die Zahlen einer Maaßreihe, welche die Maaßweise vollständig enthalten, bilden ein Reihenglied (Glied oder Takt). Es gibt ein-, zwei-, drei-, vier-, fünf- u. s. w. gliedrige Reihen. Man sondert die Glieder einer Reihe durch Punkte von einander ab; z. B.

1 1 2 ist eine eingliedrige Reihe
2 1 1 . 2 2 eine zweigliedrige Reihe
2 2 . 1 1 1 1 . 4 eine dreigliedrige Reihe
2 1 1 . 2 2 . 1 1 1 1 . 4 eine viergliedrige Reihe

} nach der Hauptzahl 4.

§. 34. Das Schlußglied einer Reihe endet gewöhnlich mit einer Zahl der ersten Theilung stark oder schwach, nur nicht mit zwei schwachen.

Die Tafel 25 enthält Reihen nach den Hauptzahlen 2, 3, 4, 6, 8, 9 (ohne Rückungen), nach Klassen und Ordnungen aufeinanderfolgend, die Vorglieder durch Punkte von den Schlußgliedern abgesondert (vgl. Tafel 29). [Taktrhythmen im Zwei-, Drei-, Sechs- und Neunmaaß, d. h. für $^2/_4$ und $^4/_4$, $^3/_4$ und $^3/_8$, $^6/_8$ und $^9/_8$ Takt.]

Tafel 26.

Maaßreihen der Hauptzahl 12 im Zwölfmaaß. [Taktrhythmen im Zwölfmaaß, d. h. für ($^{12}/_4$) $^{12}/_8$ (oder $^{12}/_{16}$) Takt.]

Digitized by Google

Tafel 27.

Maaßreihen der Hauptzahl 12 im Sechsmaaß. [Taktrhythmen im Sechsmaaß (mit drei Theilungen), d. h. für Sechsachteltakt (mit Sechszehntelsnoten).]

Tafel 28.

Maaßreihen der Hauptzahl 12 im Dreimaaß. [Taktrhythmen im Dreimaaß (mit drei Theilungen), d. h. für Dreiviertel-Takt (mit Sechszehntelsnoten), oder Dreiachtel-Takt (mit Zweiunddreißigstelsnoten).]

Tafel 29

(erster Anhang zu Tafel 25 — 28)

enthält eine Auswahl von Maaßreihen, oder diejenigen Taktrhythmen, die für Schlußtakte sich eignen, indem jedesmal eine Zahl (oder Tonlänge) am Ende steht, welche aus der ersten Theilung der Hauptzahl genommen ist, und die mithin noch ein gewichtiger Takttheil ist, d. h. wenigstens noch das b-Gewicht hat. (Vergleiche §. 30.)

Tafel 30

(zweiter Anhang zu Tafel 25 — 28)

enthält die seltener vorkommenden oder ungebräuchlichern (und weniger gültigen) Taktrhythmen, d. h. in denen theils sogenannte Rückungen (§. 32) vorkommen, theils auch überhaupt solche, wo sich nicht immer die letzte Zahl der ersten Theilung der Hauptzahl hinten abschneiden läßt, wodurch eben die Erkennung der Maaßweise (und daher der Taktart) erschwert wird.

Digitized by Google

Schluss- oder Anhangs-Tafeln.

Die nämlichen Taktrhythmen oder Maaßreihen, welche von Tafel 25 bis 30 in Ziffern angegeben worden, sind hier in Notenschrift aufgestellt.

Die römischen Buchstaben bezeichnen die Figuren oder Columnen-Ziffern der Tafeln (von 25 bis 30).

Digitized by Google

Tafel 1.

I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	1	1	1	1	1	1	1	1
		2	2	2	2	2	2	2	2
			3	3	3	3	3	3	3
				4	4	4	4	4	4
					5	5	5	5	5
						6	6	6	6
							7	7	7
								8	8
									9

Digitized by Google

Tafel 2.

I.

0 00

II.

0 10
1 11

III.

0 10 20
1 11 21
2 12 22

IV.

0 10 20 30
1 11 21 31
2 12 22 32
3 13 23 33

V.

0 10 20 30 40
1 11 21 31 41
2 12 22 32 42
3 13 23 33 43
4 14 24 34 44

VI.

0 10 20 30 40 50
1 11 21 31 41 51
2 12 22 32 42 52
3 13 23 33 43 53
4 14 24 34 44 54
5 15 25 35 45 55

VII.

0 10 20 30 40 50 60
1 11 21 31 41 51 61
2 12 22 32 42 52 62
3 13 23 33 43 53 63
4 14 24 34 44 54 64
5 15 25 35 45 55 65
6 16 26 36 46 56 66

VIII.

0 10 20 30 40 50 60 70
1 11 21 31 41 51 61 71
2 12 22 32 42 52 62 72
3 13 23 33 43 53 63 73
4 14 24 34 44 54 64 74
5 15 25 35 45 55 65 75
6 16 26 36 46 56 66 76
7 17 27 37 47 57 67 77

IX.

0 10 20 30 40 50 60 70 80
1 11 21 31 41 51 61 71 81
2 12 22 32 42 52 62 72 82
3 13 23 33 43 53 63 73 83
4 14 24 34 44 54 64 74 84
5 15 25 35 45 55 65 75 85
6 16 26 36 46 56 66 76 86
7 17 27 37 47 57 67 77 87
8 18 28 38 48 58 68 78 88

X.

0 10 20 30 40 50 60 70 80 90
1 11 21 31 41 51 61 71 81 91
2 12 22 32 42 52 62 72 82 92
3 13 23 33 43 53 63 73 83 93
4 14 24 34 44 54 64 74 84 94
5 15 25 35 45 55 65 75 85 95
6 16 26 36 46 56 66 76 86 96
7 17 27 37 47 57 67 77 87 97
8 18 28 38 48 58 68 78 88 98
9 19 29 39 49 59 69 79 89 99

Digitized by Google

Tafel 3.

I.	II.	III.	IV.	V.
0	0 100	0 100 200	0 100 200 300	0 100 200 300 400
00	1 101	1 101 201	1 101 201 301	1 101 201 301 401
000	10 110	2 102 202	2 102 202 302	2 102 202 302 402
	11 111	10 110 210	3 103 203 303	3 103 203 303 403
		11 111 211	10 110 210 310	4 164 204 304 404
		12 112 212	11 111 211 311	10 110 210 310 410
		20 120 220	12 112 212 312	11 111 211 311 411
		21 121 221	13 113 213 313	12 112 212 312 412
		22 122 222	20 120 220 320	13 113 213 313 413
			21 121 221 321	14 114 214 314 414
			22 122 222 322	20 120 220 320 420
			23 123 223 323	21 121 221 321 421
			30 130 230 330	22 122 222 322 422
			31 131 231 331	23 123 223 323 423
			32 132 232 332	24 124 224 324 424
			33 133 233 333	30 130 230 330 430
				31 131 231 331 431
				32 132 232 332 432
				33 133 233 333 433
				34 134 234 334 434
				40 140 240 340 440
				41 141 241 341 441
				42 142 242 842 442
				43 143 243 343 443
				44 144 244 344 444

Digitized by Google

Tafel 4.

I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.
1	11 21	111 211	1111 2111	1	11 21 31	111 211 311
2	12 22	112 212	1112 2112	2	12 22 32	112 212 312
		121 221	1121 2121	3	13 23 33	113 213 313
		122 222	1122 2122			121 221 321
			1211 2211			122 222 322
			1212 2212			123 223 323
			1221 2221			131 231 331
			1222 2222			132 232 332
						133 233 333

VIII.	IX.	X.	XI.	XII.
1	11 21 31 41	111 211 311 411	1	11 21 31 41 51
2	12 22 32 42	112 212 312 412	2	12 22 32 42 52
3	13 23 33 43	113 213 313 413	3	13 23 33 43 53
4	14 24 34 44	114 214 314 414	4	14 24 34 44 54
		121 221 321 421	5	15 25 35 45 55
		122 222 322 422		
		123 223 323 423		
		124 224 324 424		
		131 231 331 431		
		132 232 332 432		
		133 233 333 433		
		134 234 334 434		
		141 241 341 441		
		142 242 342 442		
		143 243 343 443		
		144 244 344 444		

Digitized by Google

Tafel 5.

I.	II.	III.	IV.	V.
1 12	1 12 123	1 12 123 1234	1 12	1 12
2 21	2 13 132	2 13 124 1243	2 13	2 13
	3 21 213	3 14 132 1324	3 14	3 14
	23 231	4 21 134 1342	4 15	4 15
	31 312	23 142 1423	5 21	5 16
	32 321	24 143 1432	23	6 21
		31 213 2134	24	23
		32 214 2143	25	24
		34 231 2314	31	25
		41 234 2341	32	26
		42 241 2413	34	31
		43 243 2431	35	32
		312 3124	41	34
		314 3142	42	35
		321 3214	43	36
		324 3241	45	41
		341 3412	51	42
		342 3421	52	43
		412 4123	53	45
		413 4132	54	46
		421 4213		51
		423 4231		52
		431 4312		53
		432 4321		54
				56
				61
				62
				63
				64
				65

Digitized by Google

Tafel 6.

I.	II.	III.	IV.	V.
1	11 22	111 222	1111 2222	11111 22222
2	12	112	1112	11112
		122	1122	11122
			1222	11222
				12222

VI.	VII.	VIII.	IX.
1	11 22 33	111 222 333	1111 2222 3333
2	12 23	112 223	1112 2223
3	13	113 233	1113 2233
		122	1122 2333
		123	1123
		133	1133
			1222
			1223
			1233
			1333

X.	XI.	XII.
1	11 22 33 44	111 222 333 444
2	12 23 34	112 223 334
3	13 24	113 224 344
4	14	114 233
		122 234
		123 244
		124
		133
		134
		144

Digitized by Google

Tafel 7.

I.	II.	III.	IV.	V.
1	1 12	1 12 123	1 12 123 1234	1 12 123 1234 12345
	2	2 13	2 13 124	2 13 124 1235
		3 23	3 14 134	3 14 125 1245
			4 23 234	4 15 134 1345
			24	5 23 135 2345
			34	24 145
				25 234
				34 235
				35 245
				45 345

VI.

1	12	123	1234	12345	123456
2	13	124	1235	12346	
3	14	125	1236	12356	
4	15	126	1245	12456	
5	16	134	1246	13456	
6	23	135	1256	23456	
	24	136	1345		
	25	145	1346		
	26	146	1356		
	34	156	1456		
	35	234	2345		
	36	235	2346		
	45	236	2356		
	46	245	2456		
	56	246	3456		
		256			
		345			
		346			
		356			
		456			

Digitized by Google

Tafel 8.

I.

12	21

II.

123	213	312
132	231	321

III.

1234	2134	3124	4123
1243	2143	3142	4132
1324	2314	3214	4213
1342	2341	3241	4231
1423	2413	3412	4312
1432	2431	3421	4321

IV.

12345	21345	31245	41235	51234
12354	21354	31254	41253	51243
12435	21435	31425	41325	51324
12453	21453	31452	41352	51342
12534	21534	31524	41523	51423
12543	21543	31542	41532	51432
13245	23145	32145	42135	52134
13254	23154	32154	42153	52143
13425	23415	32415	42315	52314
13452	23451	32451	42351	52341
13524	23514	32514	42513	52413
13542	23541	32541	42531	52431
14235	24135	34125	43125	53124
14253	24153	34152	43152	53142
14325	24315	34215	43215	53214
14352	24351	34251	43251	53241
14523	24513	34512	43512	53412
14532	24531	34521	43521	53421
15234	25134	35124	45123	54123
15243	25143	35142	45132	54132
15324	25314	35214	45213	54213
15342	25341	35241	45231	54231
15423	25413	35412	45312	54312
15432	25431	35421	45321	54321

Digitized by Google

Tafel 9.

I.	II.	III.	IV.	V.
112 211	1112 2111	1122 2112	1123 2113 3112	11112 21111
121	1121	1212 2121	1132 2131 3121	11121
	1211	1221 2211	1213 2311 3211	11211
			1231	12111
			1312	
			1321	

VI.	VII.	VIII.	IX.
11122 21112	11123 21113 31112	11223 21123 31122	11234 21134 31124 41123
11212 21121	11132 21131 31121	11232 21132 31212	11243 21143 31142 41132
11221 21211	11213 21311 31211	11322 21213 31221	11324 21314 31214 41213
12112 22111	11231 23111 32111	12123 21231 32112	11342 21341 31241 41231
12121	11312	12132 21312 32121	11423 21413 31412 41312
12211	11321	12213 21321 32211	11432 21431 31421 41321
	12113	12231 22113	12134 23114 32114 42113
	12131	12312 22131	12143 23141 32141 42131
	12311	12321 22311	12314 23411 32411 42311
	13112	13122 23112	12341 24113 34112 43112
	13121	13212 23121	12413 24131 34121 43121
	13211	13221 23211	12431 24311 34211 43211
			13124
			13142
			13214
			13241
			13412
			13421
			14123
			14132
			14213
			14231
			14312
			14321

Digitized by Google

Tafel 10.

I.	II.	III.	IV.
2 11	3 12 111	4 13 112 1111	5 14 113 1112 11111
	21	22 121	23 122 1121
		31 211	32 131 1211
			41 212 2111
			221
			311

V.	VI.
6 15 114 1113 11112 111111	7 16 115 1114 11113 111112 1111111
24 123 1122 11121	25 124 1123 11122 111121
33 132 1131 11211	34 133 1132 11131 111211
42 141 1212 12111	43 142 1141 11212 112111
51 213 1221 21111	52 151 1213 11221 121111
222 1311	61 214 1222 11311 211111
231 2112	223 1231 12112
312 2121	232 1312 12121
321 2211	241 1321 12211
411 3111	313 1411 13111
	322 2113 21112
	331 2122 21121
	412 2131 21211
	421 2212 22111
	511 2221 31111
	2311
	3112
	3121
	3211
	4111

Digitized by Google

Tafel 11.

8	17	116	1115	11114	111113	1111112	11111111
	26	125	1124	11123	111122	1111121	
	35	134	1133	11132	111131	1111211	
	44	143	1142	11141	111212	1112111	
	53	152	1151	11213	111221	1121111	
	62	161	1214	11222	111311	1211111	
	71	215	1223	11231	112112	2111111	
		224	1232	11312	112121		
		233	1241	11321	112211		
		242	1313	11411	113111		
		251	1322	12113	121112		
		314	1331	12122	121121		
		323	1412	12131	121211		
		332	1421	12212	122111		
		341	1511	12221	131111		
		413	2114	12311	211112		
		422	2123	13112	211121		
		431	2132	13121	211211		
		512	2141	13211	212111		
		521	2213	14111	221111		
		611	2222	21113	311111		
			2231	21122			
			2312	21131			
			2321	21212			
			2411	21221			
			3113	21311			
			3122	22112			
			3131	22121			
			3212	22211			
			3221	23111			
			3311	31112			
			4112	31121			
			4121	31211			
			4211	32111			
			5111	41111			

Digitized by Google

Tafel 12.

I.	II.	III.	IV.
9	18 27 36 45 54 63 72 81	117 216 315 414 513 612 711	1116 2115 3114 4113 5112 6111
		126 225 324 423 522 621	1125 2124 3123 4122 5121
		135 234 333 432 531	1134 2133 3132 4131 5211
		144 243 342 441	1143 2142 3141 4212
		153 252 351	1152 2151 3213 4221
		162 261	1161 2214 3222 4311
		171	1215 2223 3231
			1224 2232 3312
			1233 2241 3321
			1242 2313 3411
			1251 2322
			1314 2331
			1323 2412
			1332 2421
			1341 2511
			1413
			1422
			1431
			1512
			1521
			1611

V.	VI.	VII.	VIII.
11115 21114 31113 41112 51111	111114 211113 311112 411111	1111113 2111112 3111111	11111112 21111111
11124 21123 31122 41121	111123 211122 311121	1111122 2111121	11111121
11133 21132 31131 41211	111132 211131 311211	1111131 2111211	11111211
11142 21141 31212 42111	111141 211212 312111	1111212 2112111	11112111
11151 21213 31221	111213 211221 321111	1111221 2121111	11121111
11214 21222 31311	111222 211311	1111311 2211111	11211111
11223 21231 32112	111231 212112	1112112	12111111
11232 21312 32121	111312 212121	1112121	
11241 21321 32211	111321 212211	1112211	
11313 21411 33111	111411 213111	1113111	
11322 22113	112113 221112	1121112	
11331 22122	112122 221121	1121121	
11412 22131	112131 221211	1121211	
11421 22212	112212 222111	1122111	
11511 22221	112221 231111	1131111	
12114 22311	112311	1211112	
12123 23112	113112	1211121	
12132 23121	113121	1211211	
12141 23211	113211	1212111	
12213 24111	114111	1221111	
12222	121113	1311111	
12231	121122		
12312	121131		
12321	121212		
12411	121221		
13113	121311		
13122	122112		
13131	122121		
13212	122211		
13221	123111		
13311	131112		
14112	131121		
14121	131211		
14211	132111		
15111	141111		

IX.
111111111

Digitized by Google

Tafel 13.

I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
2	3 12	4 13	5 14	6 15 123	7 16 124
	21	31	23	24 132	25 142
			32	42 213	34 214
			41	51 231	43 241
				312	52 412
				321	61 421

VII.	VIII
8 17 125	9 18 126
26 134	27 135
35 143	36 153
53 152	45 162
62 215	54 216
71 251	63 234
314	72 243
341	81 261
413	315
431	324
512	342
521	351
	423
	432
	513
	531
	612
	621

Digitized by Google

Tafel 14.

A.

I.	II.	III.	IV.
2 11	3 12 111	4 13 112 1111 22	5 14 113 1112 11111 23 122

V.

6 15	114	1113	11112	111111
24	123	1122		
33	222			

VI.

7 16	115	1114	11113	111112 1111111
25	124	1123	11122	
34	133	1222		
	223			

VII.

8	17	116	1115	11114	111113	1111112	11111111
	26	125	1124	11123	111122		
	35	134	1133	11222			
	44	224	1223				
		233	2222				

VIII.

9	18	117	1116	11115	111114	1111113	11111112	111111111
	27	126	1125	11124	111123	1111122		
	36	135	1134	11133	111222			
	45	144	1224	11223				
		225	1233	12222				
		234	2223					
		333						

B.

IX.	X.	XI.	XII.	XIII.	XIV.	XV.	XVI.
2	3 12	4 13	5 14	6 15 123	7 16 124	8 17 125	9 18 126
			23	24	25	26 134	27 135
					34	35	36 234
							45

Digitized by Google

Tafel 15.

1 = 1	14 = 2 . 7	24 = 2 . 12	32 = 2 . 16	40 = 2 . 20	48 = 2 . 24
2 = 2 . 1	14 . 1	3 . 8	4 . 8	4 . 10	3 . 16
3 = 3 . 1	15 = 3 . 5	4 . 6	32 . 1	5 . 8	4 . 12
4 = 2 . 2	15 . 1	24 . 1	33 = 3 . 11	40 . 1	6 . 8
4 . 1	16 = 2 . 8	25 = 5 . 5	33 . 1	41 = 41 . 1	48 . 1
5 = 5 . 1	4 . 4	25 . 1	34 = 2 . 17	42 = 2 . 21	49 = 7 . 7
6 = 2 . 3	16 . 1	26 = 2 . 13	34 . 1	3 . 14	49 . 1
6 . 1	17 = 17 . 1	26 . 1	35 = 5 . 7	6 . 7	50 = 2 . 25
7 = 7 . 1	18 = 2 . 9	27 = 3 . 9	35 . 1	42 . 1	5 . 10
8 = 2 . 4	3 . 6	27 . 1	36 = 2 . 18	43 = 43 . 1	50 . 1
8 . 1	18 . 1	28 = 2 . 14	3 . 12	44 = 2 . 22	51 = 3 . 17
9 = 3 . 3	19 = 19 . 1	4 . 7	4 . 9	4 . 11	51 . 1
9 . 1	20 = 2 . 10	28 . 1	6 . 6	44 . 1	52 = 2 . 26
10 = 2 . 5	4 . 5	29 = 29 . 1	36 . 1	45 = 3 . 15	4 . 13
10 . 1	20 . 1	30 = 2 . 15	37 = 37 . 1	5 . 9	52 . 1
11 = 11 . 1	21 = 3 . 7	3 . 10	38 = 2 . 19	45 . 1	53 = 53 . 1
12 = 2 . 6	21 . 1	5 . 6	38 . 1	46 = 2 . 23	54 = 2 . 27
3 . 4	22 = 2 . 11	30 . 1	39 = 3 . 13	46 . 1	3 . 18
12 . 1	22 . 1	31 = 31 . 1	39 . 1	47 = 47 . 1	6 . 9
13 = 13 . 1	23 = 23 . 1				54 . 1

Digitized by Google

Tafel 16.

55 = 5 . 11	64 = 2 . 32	72 = 2 . 36	80 = 2 . 40	88 = 2 . 44	96 = 2 . 48
55 . 1	4 . 16	3 . 24	4 . 20	4 . 22	3 . 32
56 = 2 . 28	8 . 8	4 . 18	5 . 16	8 . 11	4 . 24
4 . 14	64 . 1	6 . 12	8 . 10	88 . 1	6 . 16
7 . 8	65 = 5 . 13	8 . 9	80 . 1	89 = 89 . 1	8 . 12
56 . 1	65 . 1	72 . 1	81 = 3 . 27	90 = 2 . 45	96 . 1
57 = 3 . 19	66 = 2 . 33	73 = 73 . 1	9 . 9	3 . 30	97 = 97 . 1
57 . 1	3 . 22	74 = 2 . 37	81 . 1	5 . 18	98 = 2 . 49
58 = 2 . 29	6 . 11	74 . 1	82 = 2 . 41	6 . 15	7 . 14
58 . 1	66 . 1	75 = 3 . 25	82 . 1	9 . 10	98 . 1
59 = 59 . 1	67 = 67 . 1	5 . 15	83 = 83 . 1	90 . 1	99 = 3 . 33
60 = 2 . 30	68 = 2 . 34	75 . 1	84 = 2 . 42	91 = 7 . 13	9 . 11
3 . 20	4 . 17	76 = 2 . 38	3 . 28	91 . 1	99 . 1
4 . 15	68 . 1	4 . 19	4 . 21	92 = 2 . 46	100 = 2 . 50
5 . 12	69 = 3 . 23	76 . 1	6 . 14	4 . 23	4 . 25
6 . 10	69 . 1	77 = 7 . 11	7 . 12	92 . 1	5 . 20
60 . 1	70 = 2 . 35	77 . 1	84 . 1	93 = 3 . 31	10 . 10
61 = 61 . 1	5 . 14	78 = 2 . 39	85 = 5 . 17	93 . 1	100 . 1
62 = 2 . 31	7 . 10	3 . 26	85 . 1	94 = 2 . 47	
62 . 1	70 . 1	6 . 13	86 = 2 . 43	94 . 1	
63 = 3 . 21	71 = 71 . 1	78 . 1	86 . 1	95 = 5 . 19	
7 . 9		79 = 79 . 1	87 = 3 . 29	95 . 1	
63 . 1			87 . 1		

Digitized by Google

Tafel 17.

I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.
1	4	6	16	12	64	24	36	48		60	
2	9	8	81	18		30	001	80		72	
3	25	10		20		40				84	
5	49	14		28		42				90	
7		15		32		54				96	
11		21		44		56					
13		22		45		66					
17		26		50		70					
19		27		52		78					
23		33		63		88					
29		34		68							
31		35		75							
37		38		76							
41		39		92							
43		46		98							
47		51		99							
53		55									
59		57									
61		58									
67		62									
71		65									
73		69									
79		74									
83		77									
89		82									
97		85									
		86									
		87									
		91									
		93									
		94									
		95									

Digitized by Google

Tafel 18.

1 = 1	26 = 2 . 13	51 = 3 . 17	76 = 2 . 2 . 19
2 = 2	27 = 3 . 3 . 3	52 = 2 . 2 . 13	77 = 7 . 11
3 = 3	28 = 2 . 2 . 7	53 = 53	78 = 2 . 3 . 13
4 = 2 . 2	29 = 29	54 = 2 . 3 . 3 . 3	79 = 79
5 = 5	30 = 2 . 3 . 5	55 = 5 . 11	80 = 2 . 2 . 2 . 2 . 5
6 = 2 . 3	31 = 31	56 = 2 . 2 . 2 . 7	81 = 3 . 3 . 3 . 3
7 = 7	32 = 2 . 2 . 2 . 2 . 2	57 = 3 . 19	82 = 2 . 41
8 = 2 . 2 . 2	33 = 3 . 11	58 = 2 . 29	83 = 83
9 = 3 . 3	34 = 2 . 17	59 = 59	84 = 2 . 2 . 3 . 7
10 = 2 . 5	35 = 5 . 7	60 = 2 . 2 . 3 . 5	85 = 5 . 17
11 = 11	36 = 2 . 2 . 3 . 3	61 = 61	86 = 2 . 43
12 = 2 . 2 . 3	37 = 37	62 = 2 . 31	87 = 3 . 29
13 = 13	38 = 2 . 19	63 = 3 . 3 . 7	88 = 2 . 2 . 2 . 11
14 = 2 . 7	39 = 3 . 13	64 = 2 . 2 . 2 . 2 . 2 . 2	89 = 89
15 = 3 . 5	40 = 2 . 2 . 2 . 5	65 = 5 . 13	90 = 2 . 3 . 3 . 5
16 = 2 . 2 . 2 . 2	41 = 41	66 = 2 . 3 . 11	91 = 7 . 13
17 = 17	42 = 2 . 3 . 7	67 = 67	92 = 2 . 2 . 23
18 = 2 . 3 . 3	43 = 43	68 = 2 . 2 . 17	93 = 3 . 31
19 = 19	44 = 2 . 2 . 11	69 = 3 . 23	94 = 2 . 47
20 = 2 . 2 . 5	45 = 3 . 3 . 5	70 = 2 . 5 . 7	95 = 5 . 19
21 = 3 . 7	46 = 2 . 23	71 = 71	96 = 2 . 2 . 2 . 2 . 2 . 3
22 = 2 . 11	47 = 47	72 = 2 . 2 . 2 . 3 . 3	97 = 97
23 = 23	48 = 2 . 2 . 2 . 2 . 3	73 = 73	98 = 2 . 7 . 7
24 = 2 . 2 . 2 . 3	49 = 7 . 7	74 = 2 . 37	99 = 3 . 3 . 11
25 = 5 . 5	50 = 2 . 5 . 5	75 = 3 . 5 . 5	100 = 2 . 2 . 5 . 5

Digitized by Google

Tafel 19.

2 = 2	14 = 2 7 7 2	25 = 5 5	40 = 2 2 2 5 2 2 5 2 2 5 2 2 5 2 2 2
3 = 3	15 = 3 5 5 3	27 = 3 3 3	42 = 2 2 3 3 7 7 3 7 2 7 2 3 7 3 7 2 3 2
4 = 2 2	16 = 2 2 2 2	28 = 2 2 7 2 7 2 7 2 2	45 = 3 3 5 3 5 3 5 3 3
5 = 5	18 = 2 3 3 3 2 3 3 3 2	30 = 2 2 3 3 5 5 3 5 2 5 2 3 5 3 5 2 3 2	48 = 2 2 2 2 3 2 2 2 3 2 2 2 3 2 2 2 3 2 2 2 3 2 2 2 2
6 = 2 3 3 2	20 = 2 2 5 2 5 2 5 2 2	32 = 2 2 2 2 2	50 = 2 5 5 5 2 5 5 5 2
7 = 7	21 = 3 7 7 3	35 = 5 7 7 5	54 = 2 3 3 3 3 2 3 3 3 3 2 3 3 3 3 2
8 = 2 2 2	24 = 2 2 2 3 2 2 3 2 2 3 2 2 3 2 2 2	36 = 2 2 2 3 3 3 2 3 3 2 2 3 3 2 3 2 3 2 3 3 2 3 2 2	
9 = 3 3			
10 = 2 5 5 2			
12 = 2 2 3 2 3 2 3 2 2			

Digitized by Google

Tafel 20.

56 = 2 2 2 7
2 2 7 2
2 7 2 2
7 2 2 2

60 = 2 2 2 2 2 2 3 3 3 5 5 5
2 2 3 3 5 5 2 2 5 2 2 3
3 5 2 5 2 3 2 5 2 2 3 2
5 3 5 2 3 2 5 2 2 3 2 2

63 = 3 3 7
3 7 3
7 3 3

64 = 2
2
2
2
2
2

70 = 2 2 5 5 7 7
5 7 2 7 2 5
7 5 7 2 5 2

72 = 2 2 2 2 2 2 3 3 3 3
2 2 2 3 3 3 2 2 2 3
2 3 3 2 2 3 2 2 3 2
3 2 3 2 3 2 2 3 2 2
3 3 2 3 2 2 3 2 2 2

75 = 3 5 5
5 3 5
5 5 3

80 = 2 2 2 2 5
2 2 2 5 2
2 2 5 2 2
2 5 2 2 2
5 2 2 2 2

81 = 3
3
3
3

84 = 2 2 2 2 2 2 3 3 3 7 7 7
2 2 3 3 7 7 2 2 7 2 2 3
3 7 2 7 2 3 2 7 2 2 3 2
7 3 7 2 3 2 7 2 2 3 2 2

90 = 2 2 2 3 3 3 3 3 3 5 5 5
3 3 5 2 2 3 3 5 5 2 3 3
3 5 3 3 5 2 5 2 3 3 2 3
5 3 3 5 3 5 2 3 2 3 3 2

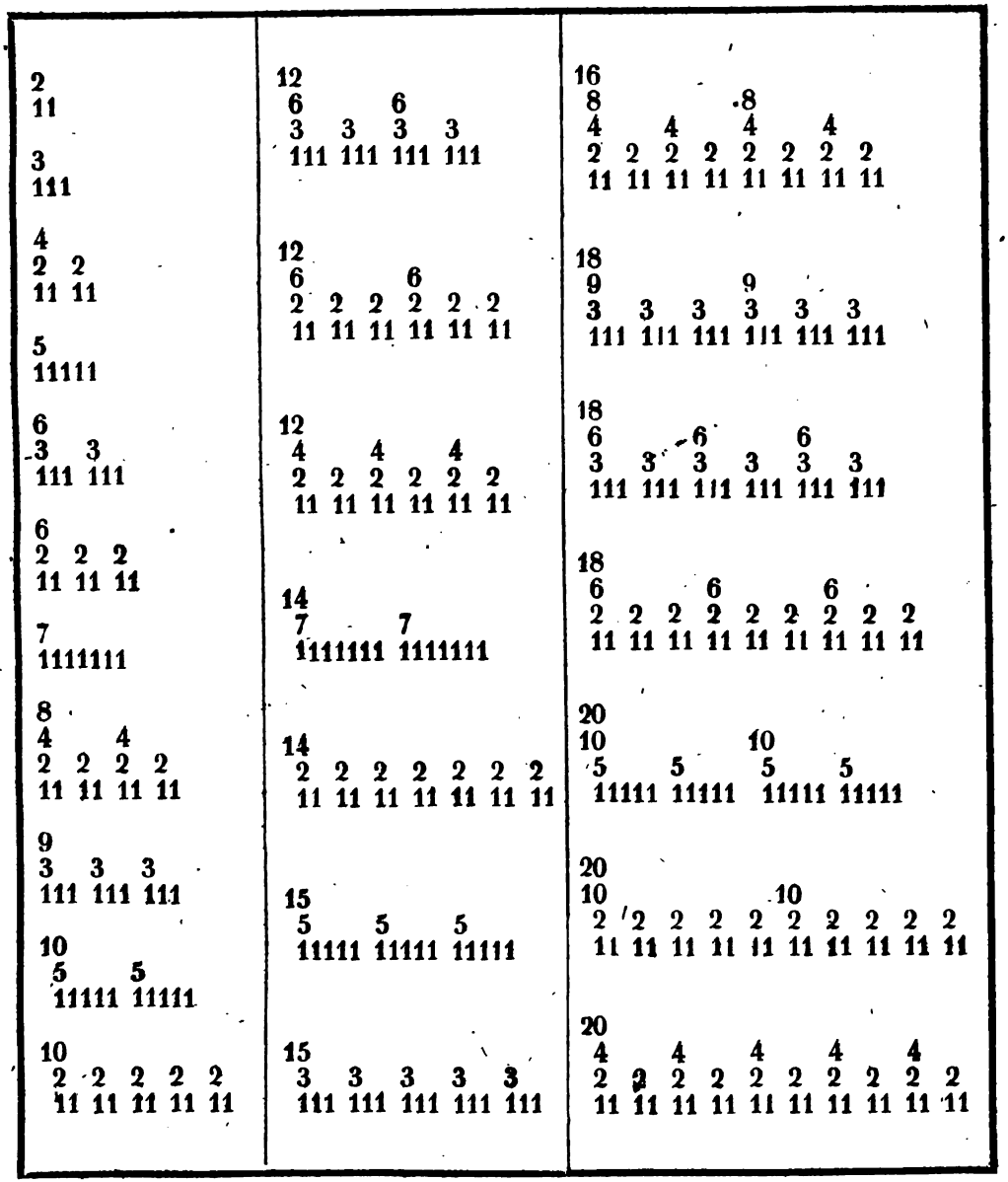
96 = 2 2 2 2 2 3
2 2 2 2 3 2
2 2 2 3 2 2
2 2 3 2 2 2
2 3 2 2 2 2
3 2 2 2 2 2

98 = 2 7 7
7 2 7
7 7 2

100 = 2 2 2 5 5 5
2 5 5 2 2 5
5 2 5 2 5 2
5 5 2 5 2 2

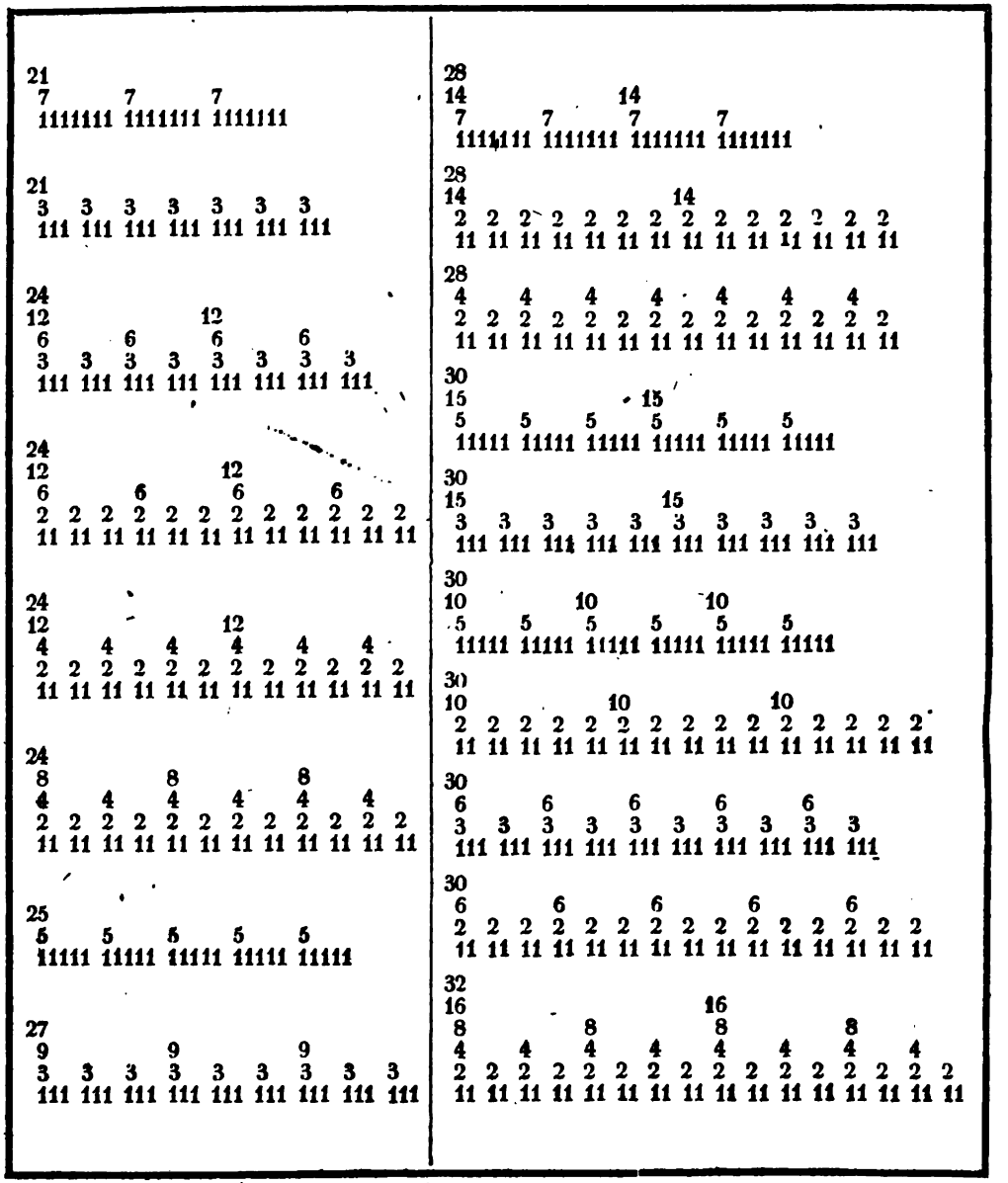
Digitized by Google

Tafel 21.



Digitized by Google

Tafel 22.



Digitized by Google

Tafel 23.

2	3	5	6	7	9	10	11	12	13	14	15	17	18	19
2	3	5	2	7	3	2	11	2	13	2	3 5	17	2 3	19
.	2	2	3	2	3	5	2	2	2	7	5 3	2	3 2	2
.	.	.	2	.	2	2	.	3	.	2	2 2	.	3 3	.
.	.	.	.	.	.	.	.	2	.	.	. .	.	2 2	.
	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	. .	.	. .	.
								.		.	. .		. .	

20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
2	3 7	2	23	2	5	2	3	2	29	2 2 3 5	31
2	7 3	11	2	2	5	13	3	2	2	3 5 2 2	2
5	2 2	2	.	2	2	2	3	7	.	5 3 5 3	.
2	. .	.	.	3	.		2	2	.	2 2 2 2	.
.	. .	.	.	2	.		.	.	.	. . . .	.
.	. .	.		.	.		.	.	.	. . . .	
.				.			.				

33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
3 11	2	5 7	2 2 3	37	2	3 13	2	41	2 2 3 7	43	2
11 3	17	7 5	2 3 2	2	19	13 3	2	2	3 7 2 2	2	2
2 2	2	2 2	3 2 2	.	2	2 2	2	.	7 3 7 3	.	11
. .	.	. .	3 3 3	.	.	. .	5	.	2 2 2 2	.	2
. .	.	. .	2 2 2	.	.	. .	2	.	. . . .	.	.
. .	.	. .	. . .		.	. .	.		. . . .		.
			. . .				.				

45	46	47	48	49	50
3 3 5	2	47	2	7	2 5
3 5 3	23	2	2	7	5 2
5 3 3	2	.	2	2	5 5
2 2 2	.	.	2	.	2 2
. . .	.	.	3	.	. .
. . .	.		2	.	. .
. . .			.		.
			.		

Digitized by Google

Tafel 26.

12	12			
66	66	211116	3111213	41111121
336	336	212133	3111321	41121111
516	516	212151	3111411	51111111
633	2136	213213	3211113	111111213
651	3216	213321	3212121	111111321
2136	4116	213411	3213111	111111411
3216	11136	311133	3311121	111211113
3333	21216	311151	3321111	111212121
3351	31116	321213	4111113	111213111
4116	111216	321321	4112121	111311121
5133	211116	321411	4113111	111321111
5151	1111116	331113	5111121	211111113
6213		332121	5121111	211112121
6321		333111	6111111	211113111
6411		411213	11111133	212111121
11136		411321	11111151	212121111
21216		411411	11121213	213111111
21333		511113	11121321	311111121
21351		512121	11121411	311121111
31116		513111	11131113	321111111
32133		611121	11132121	411111111
32151		621111	11133111	1111111113
33213		1111116	21111213	1111112121
33321		1112133	21111321	1111113111
33411		1112151	21111411	1112111121
41133		1113213	21211113	1112121111
41151		1113321	21212121	1113111111
51213		1113411	21213111	2111111121
51321		2111133	21311121	2111121111
51411		2111151	21321111	2121111111
61113		2121213	31111113	3111111111
62121		2121321	31112121	11111111121
63111		2121411	31113111	11111121111
111216		2131113	32111121	11121111111
111333		2132121	32121111	21111111111
111351		2133111	33111111	111111111111

Digitized by Google

Tafel 27.

12	12				
66	66	211116	2112411	21111312	211112211
426	426	211242	2211222	21111411	211113111
516	2226	211251	2211312	21121122	211211112
642	3126	221142	2211411	21122112	211211211
651	4116	221151	2221122	21122211	211221111
2226	11226	222222	2222112	21123111	221111112
3126	21126	222312	2222211	22111122	221111211
4116	22116	222411	2223111	22112112	221121111
4242	31116	311142	3111222	22112211	222111111
4251	111126	311151	3111312	22113111	311111112
5142	112116	312222	3111411	22211112	311111211
5151	211116	312312	3121122	22211211	311121111
6222	1111116	312411	3122112	22221111	312111111
6312		411222	3122211	31111122	411111111
6411		411312	3123111	31112112	1111111122
11226		411411	4111122	31112211	1111112112
21126		421122	4112112	31113111	1111112211
22116		422112	4112211	31211112	1111113111
22242		422211	4113111	31211211	1111211112
22251		423111	4211112	31221111	1111111211
31116		511122	4211211	42111111	1111221111
31242		512112	4221111	51111111	1121111112
31251		512211	5111112	111111222	1121111211
41142		513111	5111211	111111312	1121121111
41151		611112	5121111	111111411	1122111111
42222		611211	6111111	111121122	2111111112
42312		621111	11111142	111122112	2111111211
42411		1111116	11111151	111122211	2111121111
51222		1111242	11112222	111123111	2112111111
51312		1111251	11112312	112111122	2211111111
51411		1121142	11112411	112112112	3111111111
61122		1121151	11211222	112112211	11111111112
62112		1122222	11211312	112113111	11111111211
62211		1122312	11211411	112211112	11111121111
63111		1122411	11221122	112211211	11112111111
111126		2111142	11222112	112221111	11211111111
112116		2111151	11222211	211111122	21111111111
112242		2112222	11223111	211112112	111111111111
112251		2112312	21111222		

Digitized by Google

12	12				
84	84	43122	1122114	312222	1123131
444	444	43131	2111124	312231	1124112
624	624	44112	2112114	313122	1124211
714	714	44211	2211114	313131	2111124
822	2244	51114	3111114	314112	2112114
831	3144	61122	11111124	314211	2112222
2244	4224	61131	11112114	411114	2112231
3144	4314	62112	11211114	411222	2113122
4224	6114	62211	21111114	411231	2113131
4314	11244	71112	111111114	421122	2114112
4422	21144	71211		421131	2114211
4431	22224	81111		422112	2211114
6114	22314	111144		422211	2211222
6222	31224	112224		431112	2211231
6231	31314	112314		431211	2221122
7122	41124	112422		441111	2221131
7131	42114	112431		511122	2222112
8112	51114	211224		511131	2222211
8211	111144	211314		611112	2231112
11244	112224	211422		611211	2231211
21144	112314	211431		621111	2241111
22224	211224	221124		711111	3111114
22314	211314	222114		1111224	3111222
31224	221124	222222		1111314	3111231
31314	222114	222231		1111422	3121122
31422	311124	223122		1111431	3121131
31431	312114	223131		1121124	3122112
41124	411114	224112		1122114	3122211
42114	1111224	224211		1122222	3131112
42222	1111314	311124		1122231	3131211
42231	1121124	312114		1123122	3141111

Digitized by Google

28.

4111122	21111222	111111114	311111112
4111131	21111231	111111222	311111211
4112112	21121122	111111231	311121111
4112211	21121131	111121122	312111211
4211112	21122112	111121131	411111111
4211211	21122211	111122112	1111111122
4221111	21131112	111122211	1111111131
4311111	21131211	111131112	1111112112
5111112	21141111	111131211	1111112211
5111211	22111122	111141111	1111211112
5111111	22111131	112111122	1111211211
11111124	22112112	112111131	1111221111
11112114	22112211	112112112	1111311111
11112222	22211112	112112211	1121111112
11112231	22211211	112211112	1121111211
11113122	22221111	112211211	1121121111
11113131	22311111	112221111	1122111111
11114112	31111122	112311111	2111111112
11114211	31111131	211111122	2111111211
11211114	31112112	211111131	2111121111
11211222	31112211	211112112	2112111111
11211231	31211112	211112211	2211111111
11221122	31211211	211211112	3111111111
11221131	31221111	211211211	11111111112
11222112	31311111	211221111	11111111211
11222211	41111112	211311111	11111121111
11231112	41111211	221111112	11112111111
11231211	41121111	221111211	11211111111
11241111	42111111	221121111	21111111111
21111114	51111111	222111111	111111111111

Digitized by Google

Tafel 29.

Anhang zu den Tafeln 25, 26, 27 und 28.

Schlußtaktrhythmen.

Zu Tafel 25.

A. 2

B. 3

C. 4
22
112

D. 6
33
213
1113

E. 6
42
222
312
2112
1122
11112

F. 8
44
224
314
2114
1124
11114

G. 9
63
333
513
2133
3213
4113
11133
21213
31113
111213
211113
1111113

Zu Tafel 26.

12
66
336
516
2136
3216
4116
11136
21216
31116
111216
211116
1111116

Zu Tafel 27.

12
66
426
2226
3126
4116
11226
21126
22116
31116
111126
112116
211116
1111116

Zu Tafel 28.

12
84
444
624
714
2244
3144
4224
4314
6114
11244
21144
22224
22314
31224
31314
41124
42114
51114
111144
112224
112314
211224
211314
221124
222114
311124
312114
411114
1111224
1111314
1121124
1122114
2111124
2112114
2211114
3111114
11211124
11112114
11211114
21111114
111111114

Digitized by Google

Tafel 30.

Zweiter Anhang zu Tafel 25.

Seltnere, ungebräuchlichere Rhythmen.

Zur Zahl 3

12

Zur Zahl 4

31
13
121

Zur Zahl 6

12 3
12 21
12 12
12 111
3 12
21 12
111 12
4 11
5 1

Zur Zahl 6

2 4
11 6
2 31
11 31
2 13
11 13
121 2
121 11
2 121
11 121
13 2
13 11
5 1

Zur Zahl 8

6 2
6 11
2 6
11 6
4 13
22 13
112 13
211 13
1111 13
13 4
13 22
13 112
13 211
13 1111
13 31
31 13
13 13
121 4
121 22
121 112
121 211
121 1111
121 31
121 13
4 121
22 121
112 121
211 121
1111 121
31 121
13 121
121 121
5 1 11
5 1 2

ferner alle aus

2 4 2
2 31 2
2 13 2
2 121 2

(statt 2222)

hergeleiteten.

7 1

Zur Zahl 9

3 6
21 6
111 6
12 6
6 12
33 12
3 21 12
3 111 12
3 12 12
21 3 12
21 21 12
21 12 12
21 111 12
12 3 12
12 21 12
12 12 12
12 111 12
111 3 12
111 21 12
111 12 12
111 111 12
12 3 3
12 3 21
12 3 111
12 21 3
12 21 21
12 21 111
12 12 3
12 12 21
12 12 111
12 111 3
12 111 21
12 111 111
3 13 3
3 12 21
3 12 111
21 13 3
21 12 21
21 12 111
121 12 3
121 12 21
111 12 111
3 4 11
21 4 11
111 4 11
13 4 11
4 11 12
3 51
33 51
12 51
121 51
51 12
7 11
3 1

Digitized by Google

Tafel 30. (Fortsetzung.)

Zweiter Anhang zu den Tafeln 26, 27 und 28.

Seltnere, ungebräuchlichere Rhythmen.

Zu Tafel 26.

Nach

12

3 3 3 3

9 3
3 9
9 21
9 111
21 9
111 9

ferner alle aus

12 12 12 12

statt

3 3 3 3

oder

21 21 21 21

hergeleiteten Rhythmen;
ferner:

7 11 111
7 11 21
7 11 3

und

8 1 111
8 1 21
8 1 3

und

10 11

und

11 1

Zu Tafel 27.

Nach

12

222 222

alle die aus

24 (statt 6 oder 42)

und alle aus

121 2 (statt 6 oder 42)

hergeleiteten Rhythmen;
ferner: 71 11 2

71 11 11
71 2 2
71 2 11
71 3 1

ferner: 8 2 2

8 2 11
8 11 2
8 11 11
8 3 1 u. s. f.

ferner:

9 1 2
9 1 11

ferner:

10 2
10 11 und
11 1

Zu Tafel 28.

Nach

12

4 4 4

alle die aus

121 (statt 4 oder 22)

und alle aus

13 (statt 4)

hergeleiteten Rhythmen;
ferner:

9 1 2
9 1 11

und

10 2
10 11

und

11 1

Digitized by Google

Inhalt der vorstehenden Tafeln.

Tafel 1. Ziffergebäude (Zahlensysteme) vom 1- bis 10- (bis zum Dezimal-) Systeme. Erste Klasse.
— 2. Dieselben durch zwei Klassen.
— 3. Dieselben (vom Einzifferbau bis Fünfzifferbau) durch drei Klassen.
— 4. Veränderungsformen (Variationen) mit zwei bis fünf Gliedern (oder Elementen) mit Wiederholungen.
— 5. Veränderungsformen (Variationen) mit zwei bis sechs Gliedern ohne Wiederholungen.
— 6. Verbindungsformen (Combinationen) [mit mehreren Gliedern durch mehrere Klassen] mit Wiederholungen.
— 7. Verbindungsformen (Combinationen) [mit mehreren Gliedern durch mehrere Klassen] ohne Wiederholungen.
— 8. Versetzungsformen (Permutationen) mit mehreren Gliedern ohne Wiederholungen.
— 9. „ „ „ „ „ mit „
— 10. — 11. — 12. Veränderungsformen zu bestimmten Summen mit Wiederholungen. (Arithmetische Auflösung der Zahlen.)
— 13. Dasselbe ohne Wiederholungen.
— 14. A. Verbindungsformen zu bestimmten Summen mit Wiederholungen.
B. „ „ „ „ ohne „
— 15. — 16. Gevielte (oder Produkte) von 1—100. [Geometrische Auflösung von Zahlen.]
— 17. Zusammenstellung der einfachen und mehrfachen Zahlen.
— 18. Zerlegung der Zahlen in ihre einfachen Theiler. (1—100.)
— 19. — 20. Untereinanderstellung der einfachen Theiler der Zahlen, nach Versetzungsformen (von Zahlen von 1—100).
— 21. — 22. Maaßweisen, d. h. Zerlegungen einer Zahl nach den Versetzungsformen ihrer einfachen Theiler.
— 23. Maaßarten (oder Taktarten) der Zahlen nach den Versetzungen ihrer einfachen Theiler, angedeutet durch Maaßzeiger.
— 24. Zusammenstellung der Zahlen, welche zu Einer Maaßart gehören (unter Einer Zahl-Maaßweise stehen).
— 25 und die folgenden. Maaßreihen (oder Taktrhythmen), d. h. Auflösung einer angenommenen Hauptzahl nach den Versetzungen ihrer einfachen Theiler. (In Zahlen und Noten dargestellt.)

Digitized by Google

Einige Zusätze und Erläuterungen.

1) Vorerst sei zu besserem Verständniß und Uebersicht des ganzen Tabellenwerkes in Erinnerung gebracht, daß eigentlich Tafel 25 bis 30 die Hauptsache sind, auf welche durch alle vorhergehenden Tabellen (von Tafel 4 bis 14 und 15 bis 24) bloß vorbereitend hingearbeitet wurde; gleichsam das Hauptergebniß, welches man in seiner Vollständigkeit nur durch Anwendung dessen, was auf den früheren Tafeln gelehrt wurde, erhalten konnte. Es sind nämlich alle möglichen taktischen Rhythmen für die gebräuchlichen Taktarten in Zahlen aufgestellt, welche alsdann durch die nachfolgenden Anhangstafeln in Notenschrift verdeutlicht werden. Man vergesse hiebei ja nicht, daß bei allen diesen genannten Tabellen, welche unter den Titel Maaßreihen gehören, so wie auch bei den vorhergegangenen Veränderungs-, Verbindungs- und Versetzungsformen, bloße Zahlenzusammenstellungen vorkommen, deren Größen nicht nach unserem angenommenen Dezimal-Systeme aufgefaßt oder ausgesprochen werden dürfen, sondern wo nur jede einzelne Ziffer ihren Größenwerth hat (z. B. 213, „Zwei, Eins, Drei", nicht „Zweihundertunddreizehn"). [Hievon macht nur die jedesmal obenanstehende Hauptzahl eine Ausnahme, z. B. 12, „Zwölf", (Tafel 26, 27 und 28).] Die Vergleichung mit den Schlußtafeln (in Notenschrift) wird dieß hinlänglich zeigen.

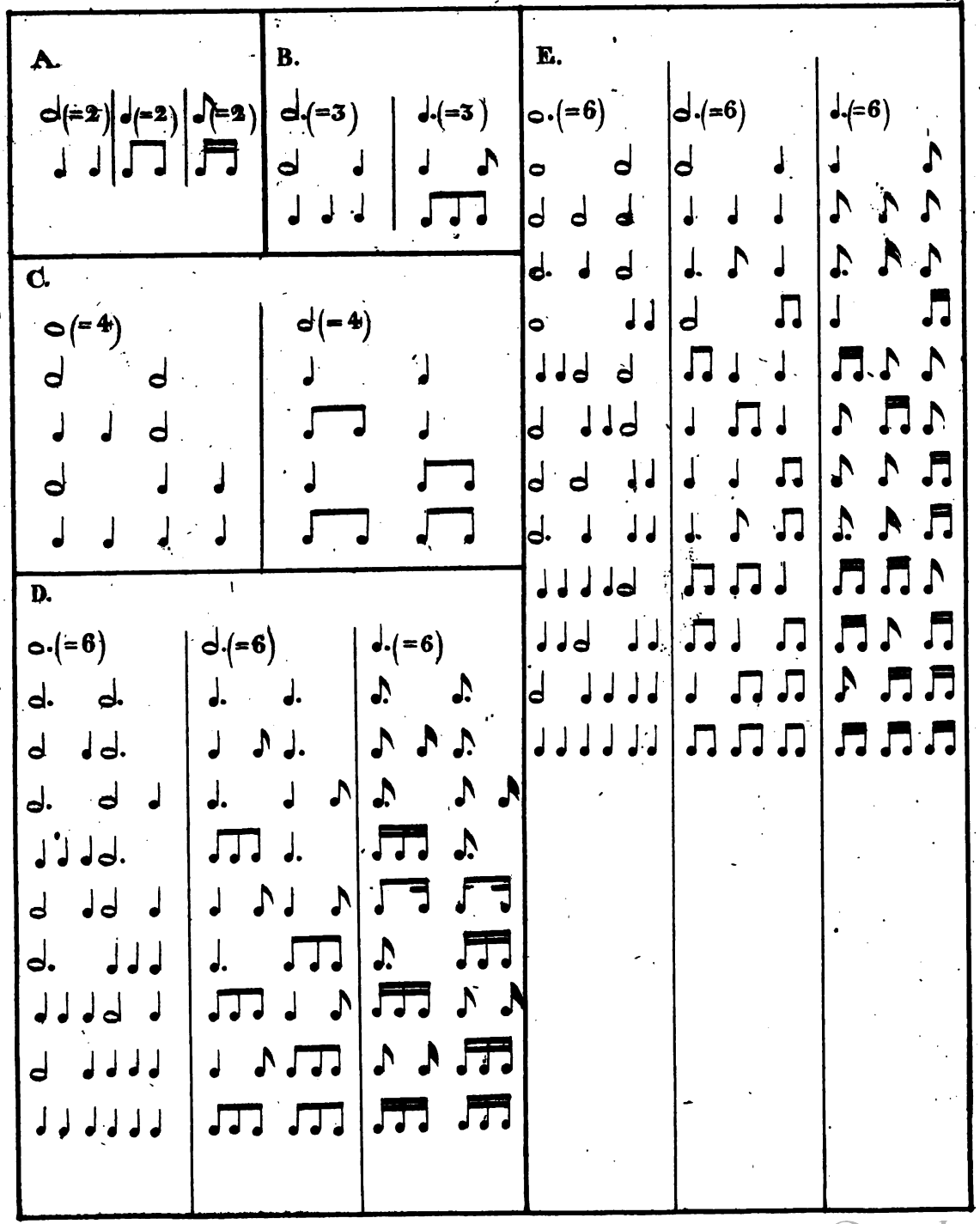
Für Uebungen in Schulen könnte man nun empfehlen, die aufgestellten Rhythmen nach allen Taktarten laut, in genau abgemessener Taktbewegung, hersagen zu lassen, indem die Schüler abwechselnd bald die Zahlenreihen, oder auch die Notenreihen vor Augen haben müßten. [Vergleiche die rhythmischen Sprech-Uebungen in den Wortverbindungen des Stern- und Gersbach'schen Sprachbuches.]

2) Zur Herleitung und Rechtfertigung des Ausdrucks Maaßreihen für Taktrhythmen mögen hier folgende Sätze stehen:

1) Eine Zahl, die sich nur auf Eine Art gleich theilen läßt, heißt eine einfache Zahl.
2) Diejenigen Zahlen, durch welche sich eine Zahl gleich theilen läßt, heißen die Theiler derselben.
3) Eine Zahl durch einfache Zahlen gleich theilen, heißt sie messen. Für jede Zahl gibt es ein Maaß.
4) Die Zahlen, welche mehrere einfache Theiler haben können auch auf mehrere Arten gemessen werden. Die Art, wie eine Zahl gemessen wird, heißt Maaßordnung oder Maaßweise. Die gemessene Zahl heißt Hauptzahl (in der Musik die Zeitgröße eines sogenannten Taktes).
5) Jeder Zahl kommen so viele Maaßweisen zu, als ihren einfachen Theilern Versetzungen. — [Es gibt also überhaupt eigentlich so vielerlei Maaße (oder Taktgattungen), als es verschiedene Versetzungen der einfachen Theiler von allen möglichen Zahlen geben kann.]
6) Eine Zahlenreihe hat nun ein Maaß, wenn sie nach einer bestimmten Maaßweise gebildet ist; und somit heißt sie denn eine Maaßreihe. (Reihe, Zug = Rhythmus.)
7) „In allen Tonstücken verhält sich die Dauer der Töne nach Zahlen, welche eine Maaßreihe bilden." —

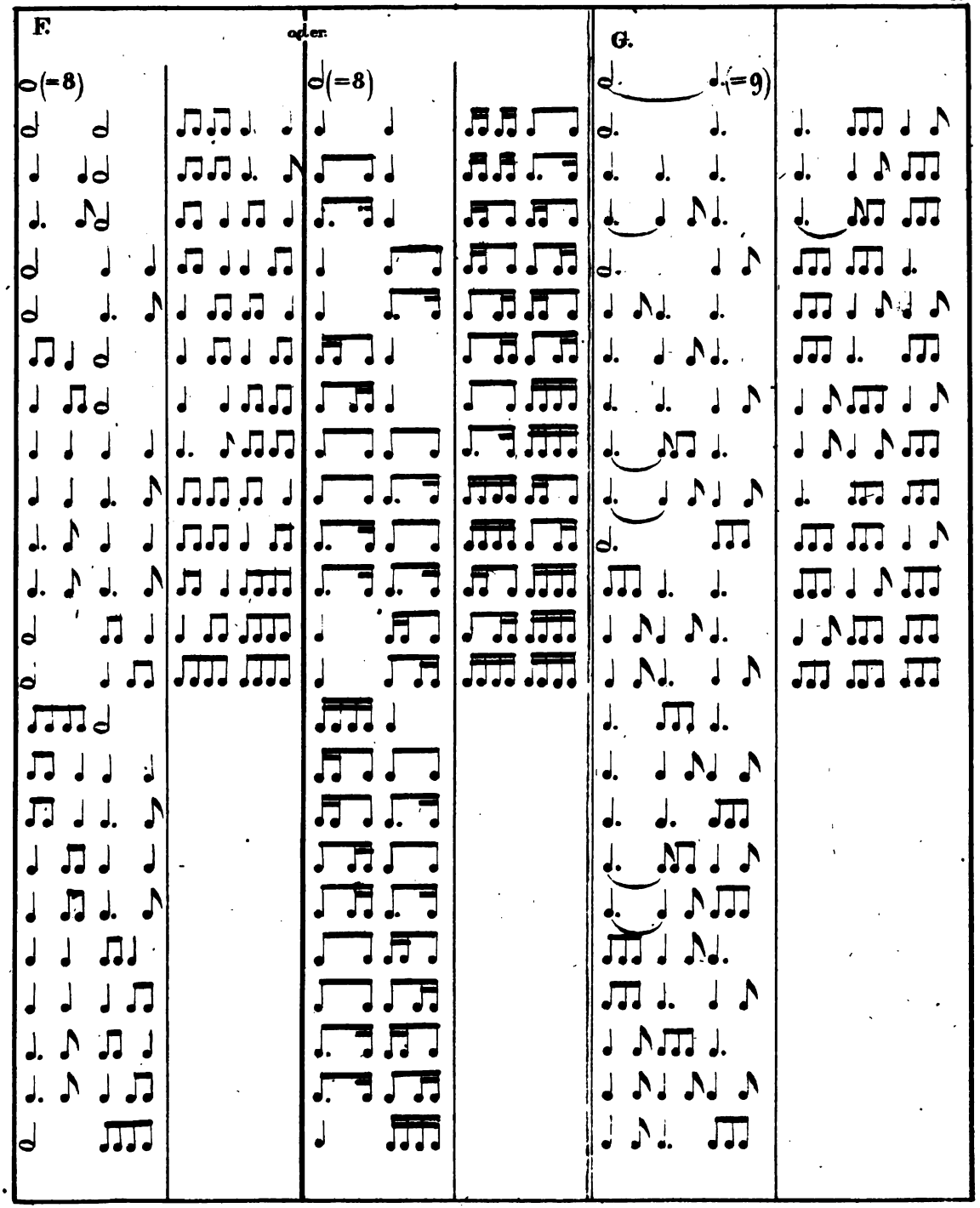
3) Die Schlußtaktrhythmen, deren §. 34 erwähnt ist, sind auf einer eigenen Tafel zusammengestellt (Tafel 29). Sie stehen übrigens auch auf den Tafeln 25 bis 28 unter der jedesmaligen betreffenden Hauptzahl, als zweite oder Neben-Columne aufgeführt; nur wurden beim Drucke die Punkte zur Absonderung vergessen. (In den Notentafeln aber sind diese Schlußrhythmen nur auf einer besonderen Tafel aufgestellt, mit Hinweisung auf Tafel 29.)

Digitized by Google



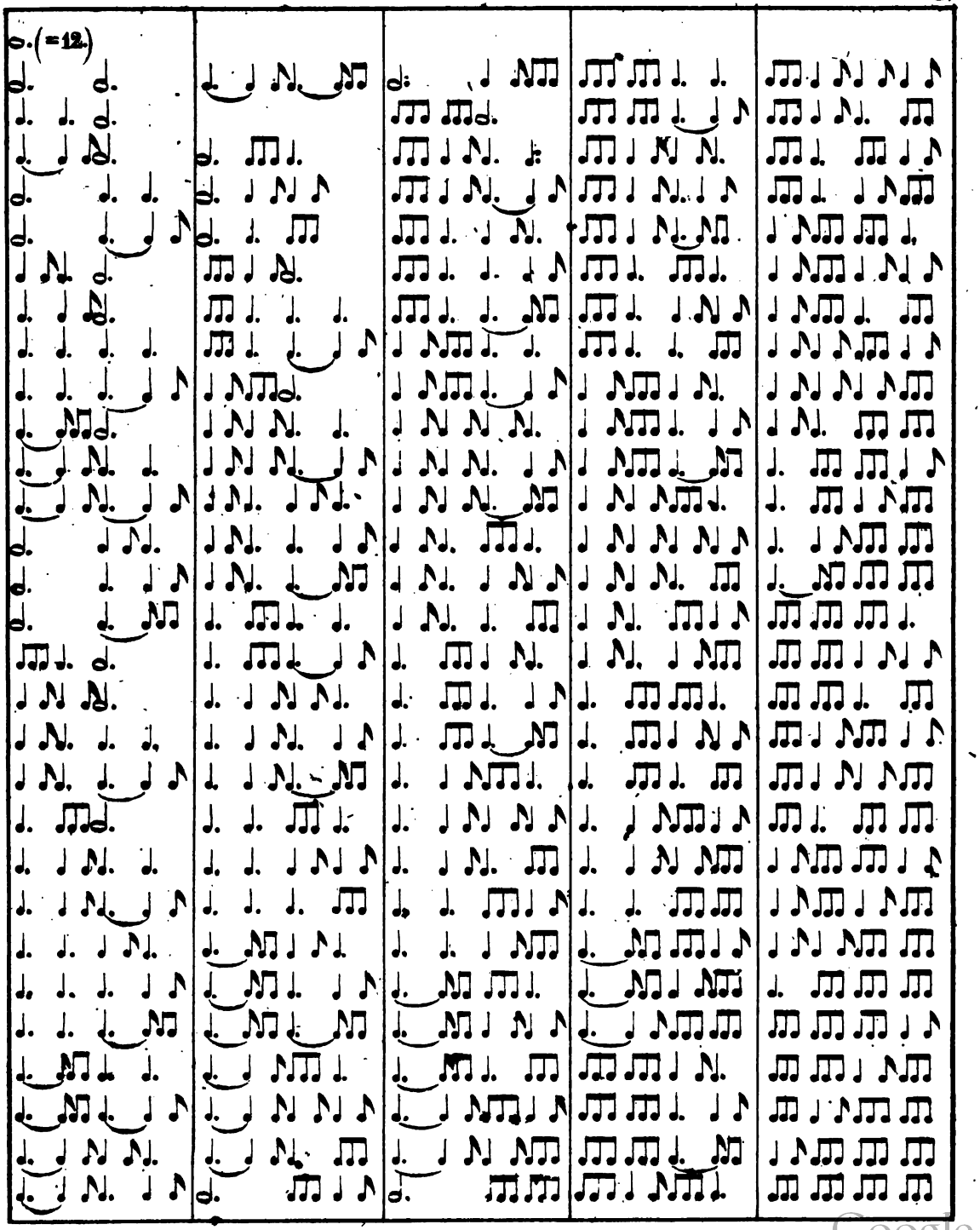
Digitized by Google

Digitized by Google



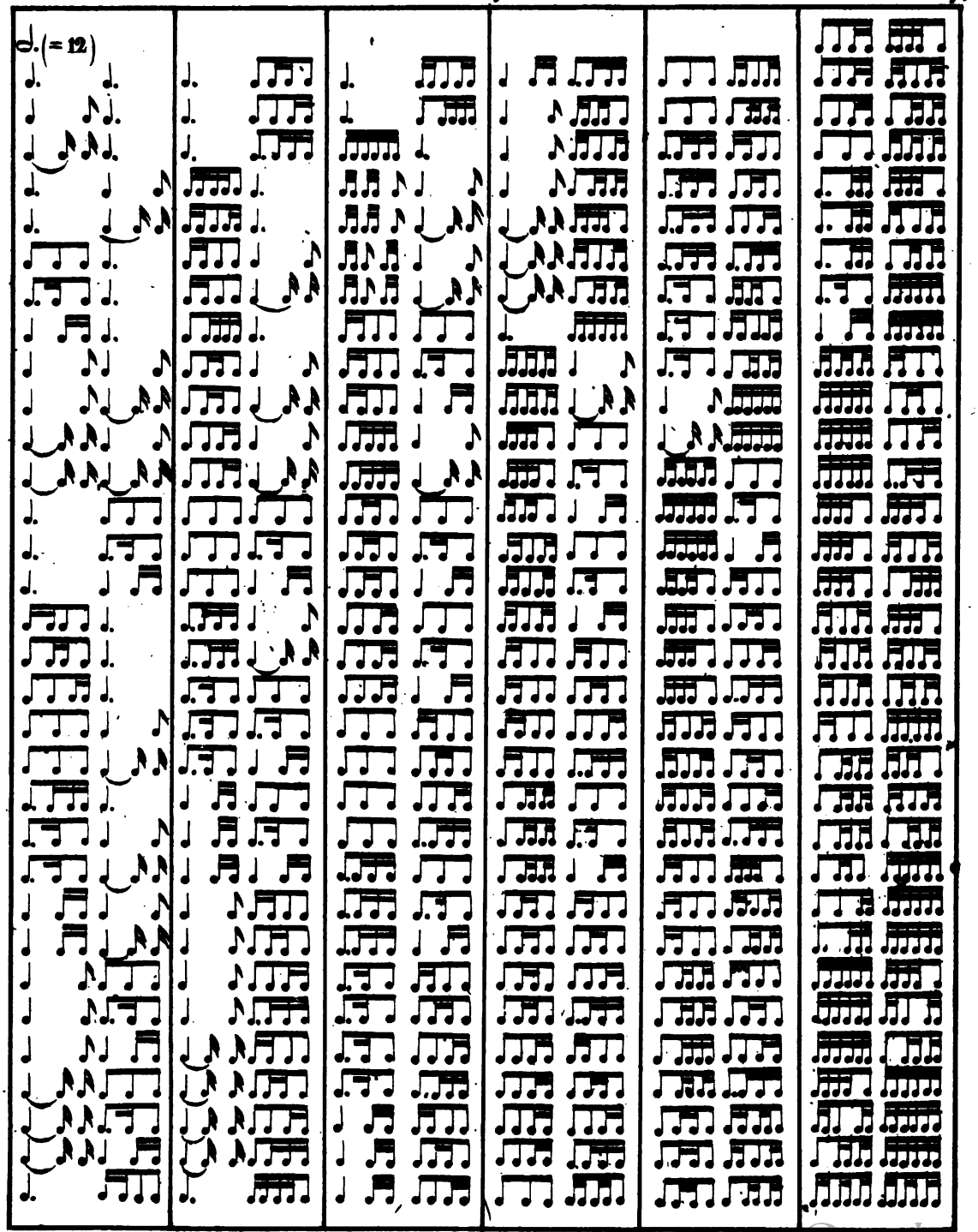
Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google

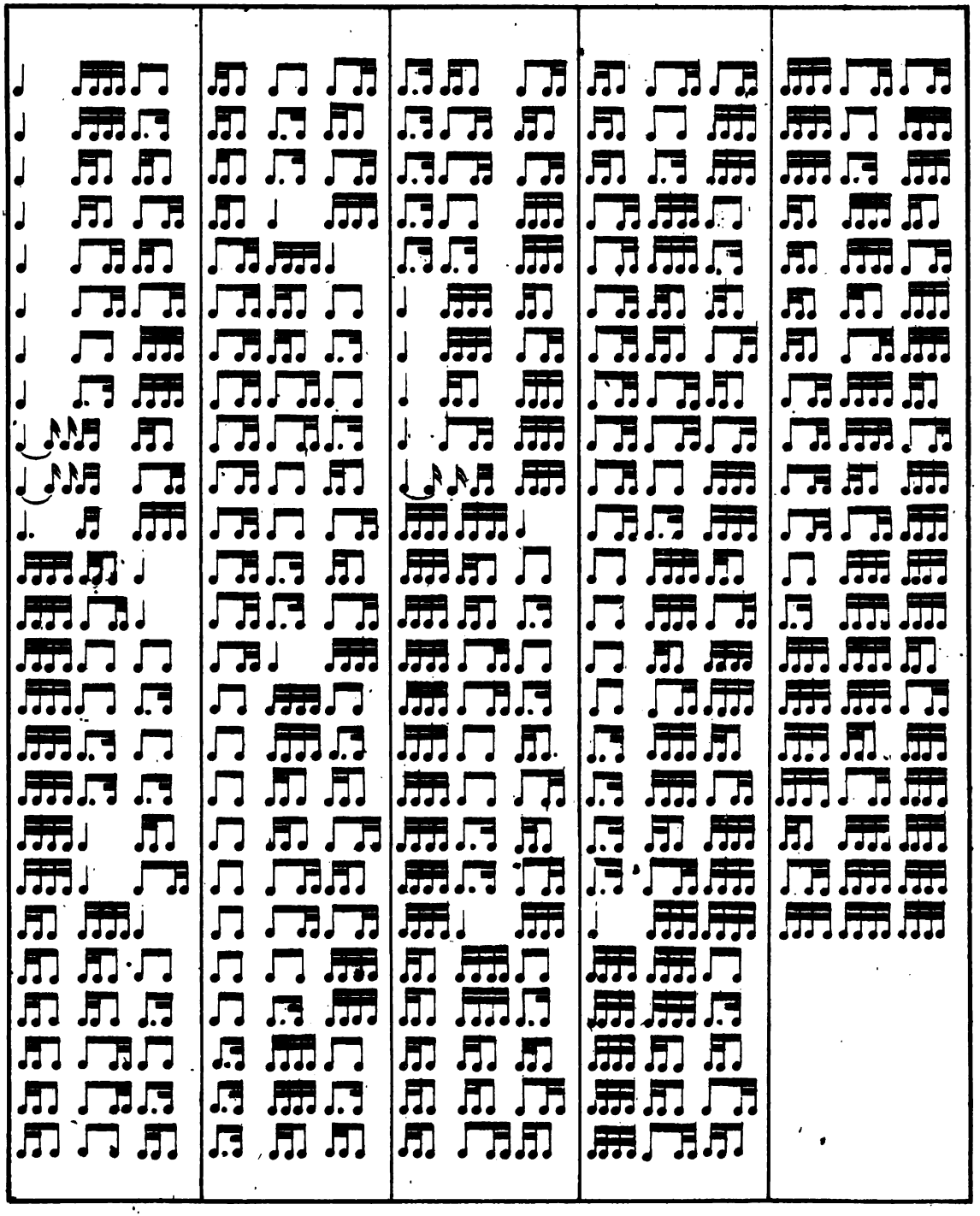


Digitized by Google

Digitized by Google

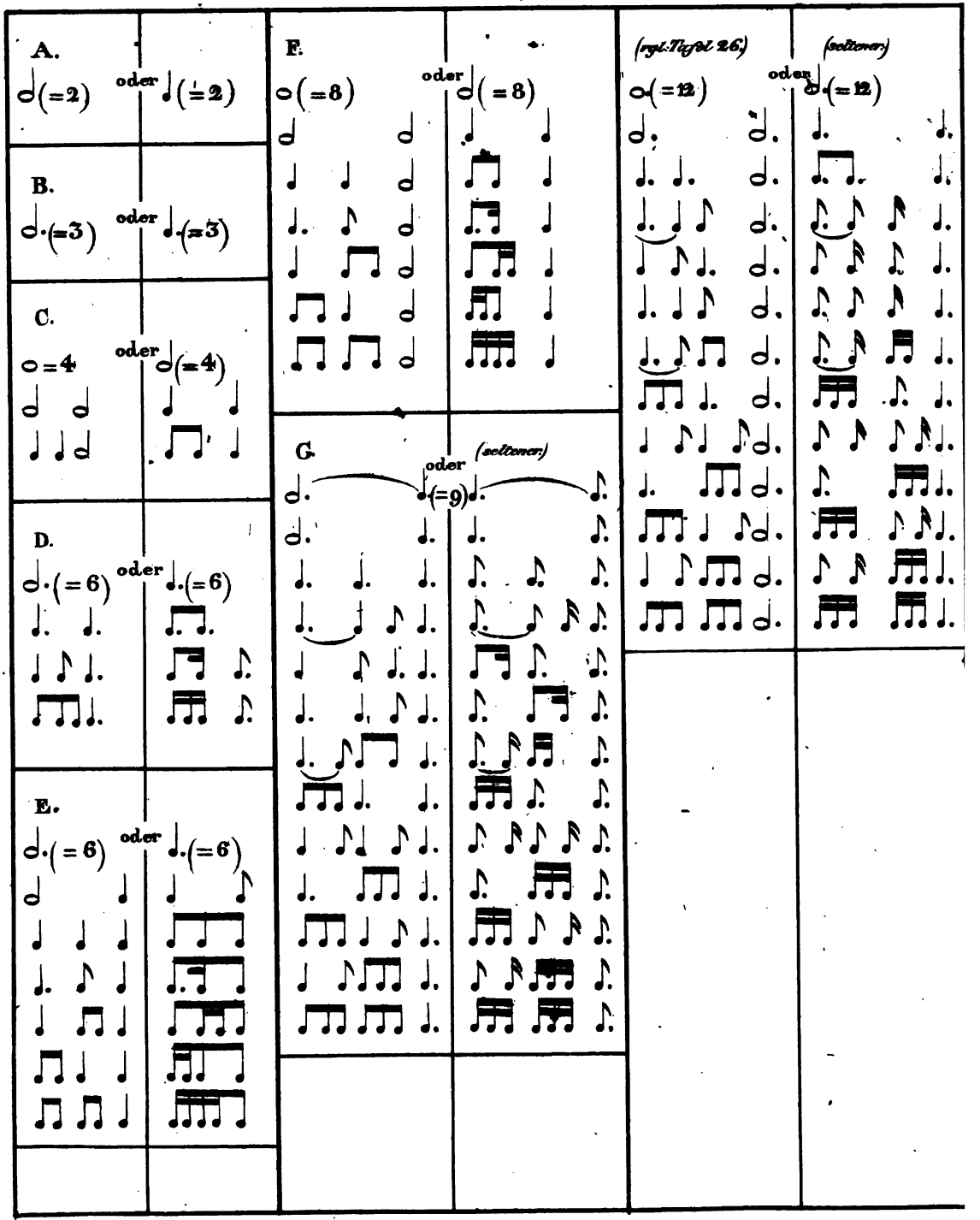
Digitized by Google

Digitized by Google



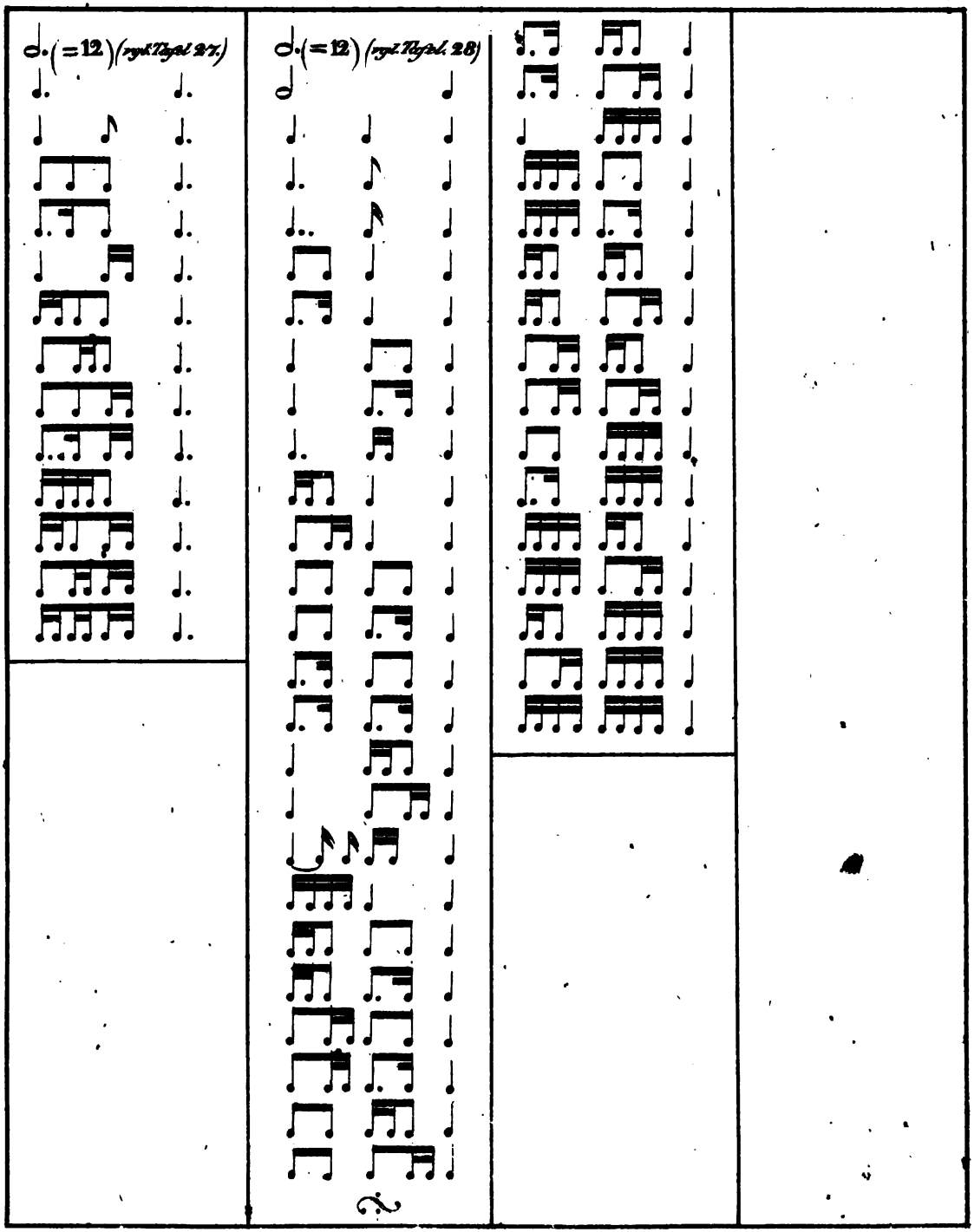
Digitized by Google

Digitized by Google



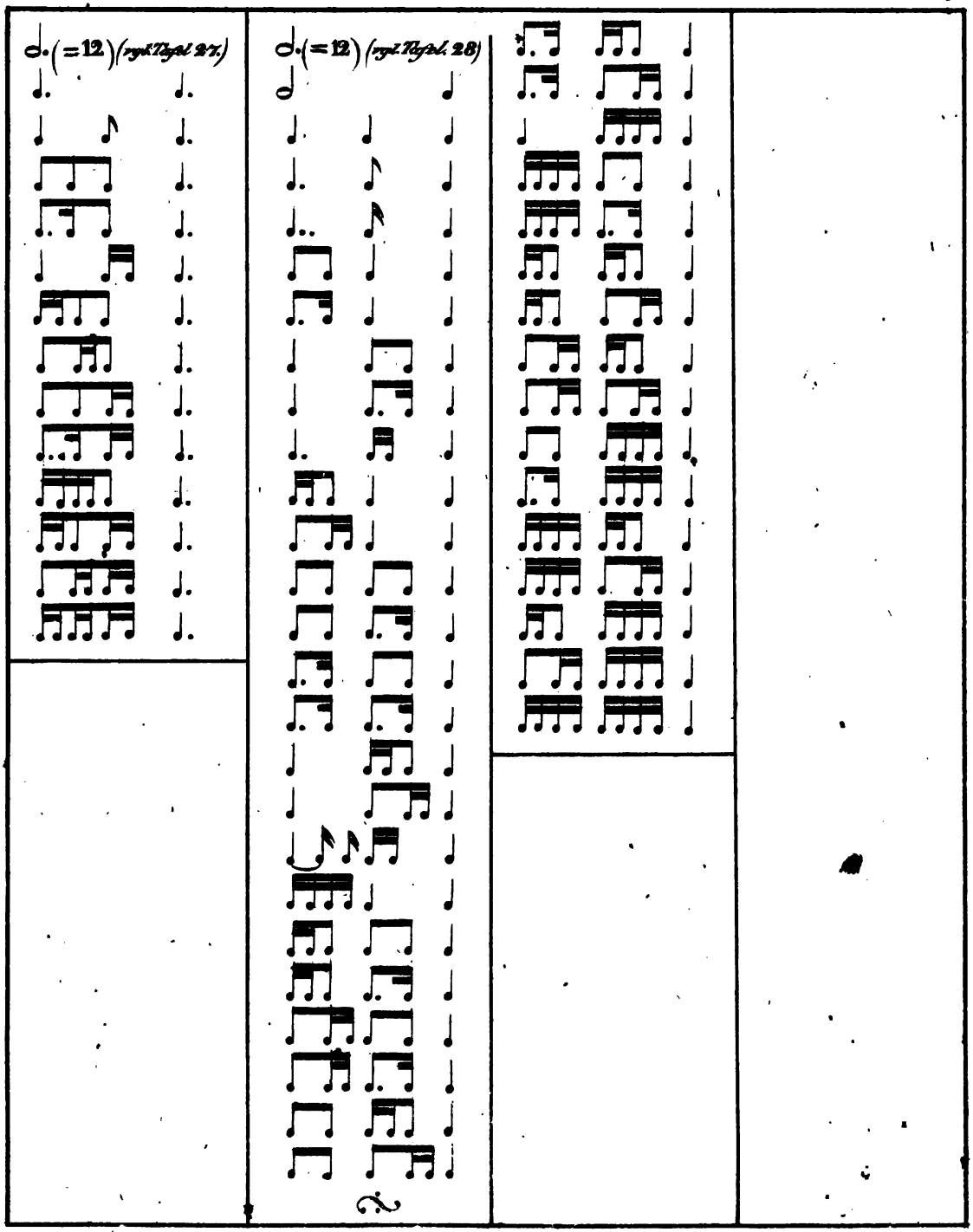
Digitized by Google

Digitized by Google



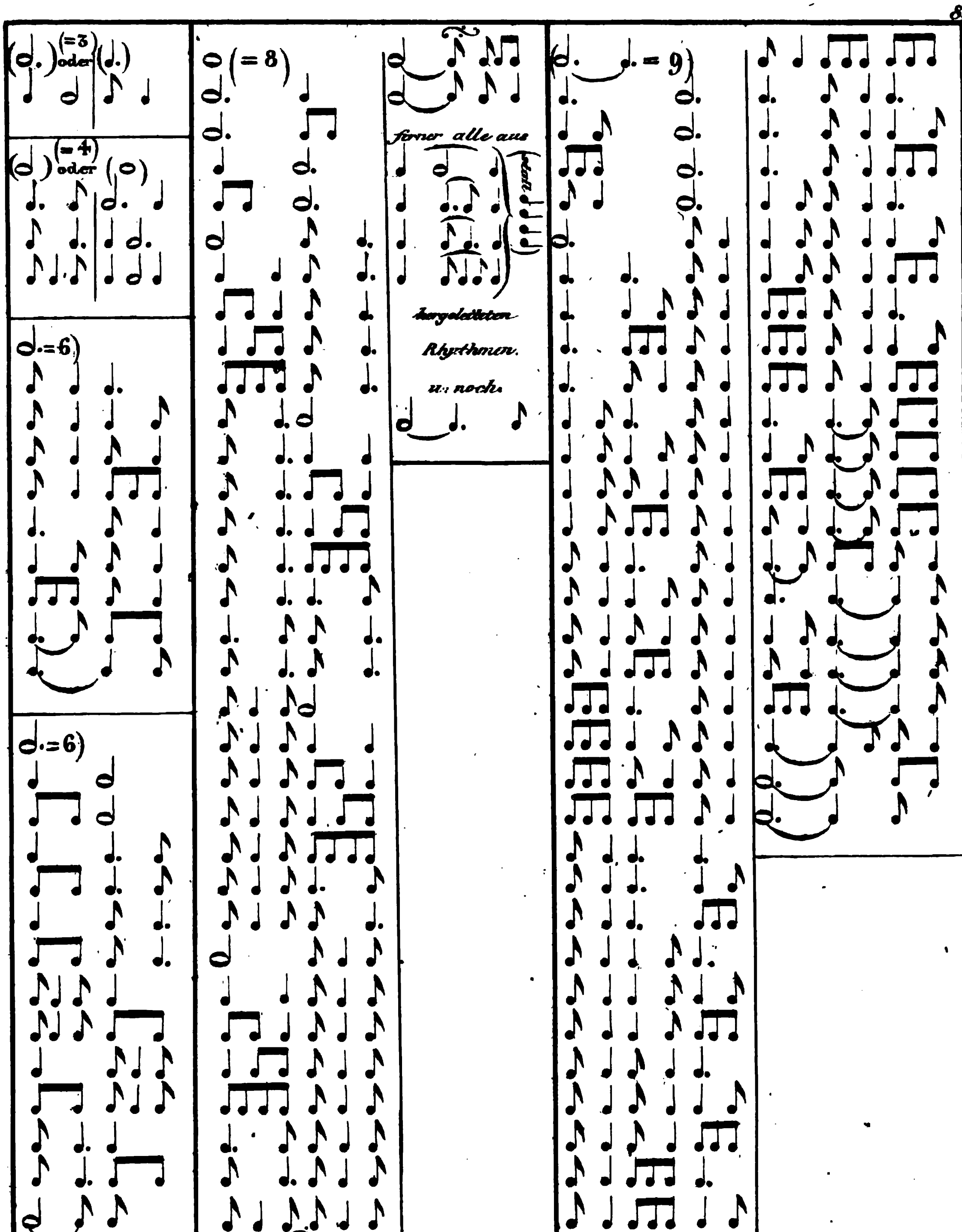
Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google

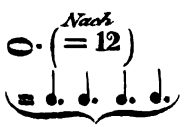
Digitized by Google

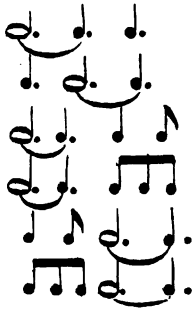


Digitized by Google

Digitized by Google

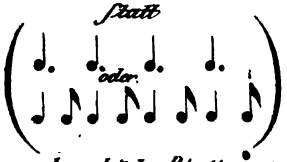
She Anhang zu Tafel 26.





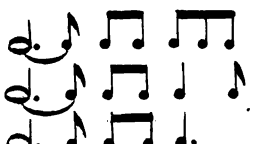
ferner alle aus

statt

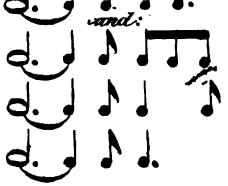


hergeleiteten Rhythmen.

ferner:



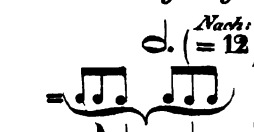
und:



und noch:

und:

She Anhang zu Tafel 27.



alle aus ♪ statt ♩ (oder ♪ ♪) her-

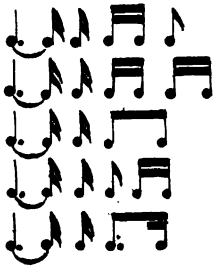
geleiteten

u. alle aus

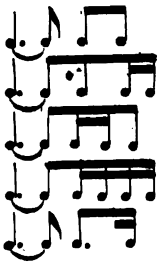
statt (oder ♪ ♪) her-

geleiteten Rhythmen.

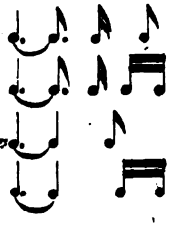
ferner noch:



ferner:



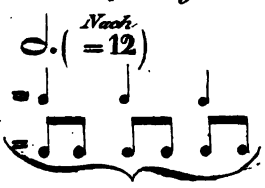
ferner:



ferner

und:

She Anhang zu Tafel 28.



alle aus statt ♩ oder

u. alle aus statt ♩ oder

hergeleiteten Rhythmen.

ferner noch:

und:

und:

Ende.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Mus 297.34
Reihenlehre, oder Begründung des
Loeb Music Library
3 2044 041 052

This book should be returned to the Library on or before the last date stamped below.

A fine of five cents a day is incurred by retaining it beyond the specified time.

Please return promptly.

JAN 10 1928

Digitized by Google

Digitized by Google